

V Международная олимпиада по финансовой безопасности. Пригласительный этап

8 КЛАСС

Математический блок

1. Среди взрослых жителей города каждый четвёртый является клиентом банка ABC. Известно, что среди клиентов банка 45% женщины. Считая, что события «горожанин является клиентом банка ABC» и «горожанин – женщина» независимы, найдите вероятность того, что случайно выбранный мужчина из этого города не является клиентом банка ABC.

Ответ: 0,75.

Решение. В силу независимости доля мужчин, являющихся клиентами банка, равна 0,25. Значит, искомая вероятность равна 0,75.

2. Известно, что 10% всех финансовых преступлений наносят недостаточно большой финансовый ущерб, чтобы ими занимался следователь по особо важным делам. Ещё 20% финансовых преступлений наносят слишком большой ущерб, чтобы поручить их следователю по не особо важным делам. Какова вероятность того, что случайное финансовое преступление окажется в компетенции обоих?

Ответ: 0,7.

Решение. Пусть X р. – ущерб, нанесённый преступлением. Тогда для преступлений первого типа $X \leq x$, а для преступлений второго типа $X \geq y$. При этом $P(X \leq x) + P(X \geq y) = 0,3 < 1$. Значит, эти события несовместны, а потому $x < y$ и $P(x < X < y) = 1 - 0,3 = 0,7$.

3. В дереве 100 вершин. Найдите среднее арифметическое степеней всех вершин этого дерева.

Ответ: 1,98.

Решение. Сумма степеней равна удвоенному числу рёбер $2e$. Число рёбер в дереве на единицу меньше числа вершин, поэтому $2e = 2 \cdot (100 - 1) = 198$. Значит, среднее арифметическое степеней равно $\frac{198}{100} = 1,98$.

4. В финансово-экономическом отделе работают финансисты и экономисты, при этом экономистов ровно в полтора раза больше, чем финансистов. У Ивана Петровича, работающего финансистом, коллег-финансистов на 5 меньше, чем коллег-экономистов. Сколько коллег-экономистов у Елены Ивановны, работающей экономистом?

Ответ: 11.

Решение. Пусть в отделе работает x финансистов, тогда в этом отделе работает $1,5x$ экономистов. Значит, коллег-финансистов у Ивана Петровича $(x - 1)$, откуда получаем, что $(x - 1) + 5 = 1,5x$, то есть $x + 4 = 1,5x$, а значит, $x = 8$, $1,5x = 12$, то есть в отделе работают 8 финансистов и 12 экономистов. Значит, у Елены Ивановны $12 - 1 = 11$ коллег-экономистов.

5. Ключевые посты в компании ООО «Вектор» и аффилированных с ней юридических лица занимает семья Сидоровых: Иван Иванович, Иван Петрович, Петр Иванович, Петр Петрович, Петр Федорович, Федор Иванович и Федор Петрович. Папа гендиректора ООО «Вектор» работает в ООО «Вектор» финансовым директором, братья гендиректора

занимаются закупками, а трое его сыновей являются генеральными директорами фирм ООО «Ромашка», ООО «Чеснок» и ООО «Эвкалипт». Как зовут гендиректора ООО «Вектор»? В ответе укажите его имя и отчество.

Ответ: Иван Петрович.

Решение. Заметим, что и у генерального директора есть братья, и его сыновья тоже являются братьями. Среди всех вариантов отчество Федорович встречается только один раз, следовательно, это папа гендиректора (которого зовут Петр Федорович, соответственно). Значит, отчество гендиректора Петрович. Его не могут звать Федором (в противном случае сыновья были бы Федоровичами, а Федорович только один, и это отец). С другой стороны, его не могут звать Петром (в противном случае, ни сыновья, ни братья не могут быть Ивановичами). Следовательно, гендиректора зовут Иван Петрович, его отец — Петр Федорович, братья — Петр Петрович и Федор Петрович, а сыновья — Иван Иванович, Петр Иванович и Федор Иванович.

6. Из всех восьмиклассников, получивших задание решить квадратное уравнение, 80% верно находят дискриминант. Из тех, кто верно находит дискриминант, 70% верно получают корни. Ещё 8% восьмиклассников не вычисляют дискриминант, а сразу верно находят корни уравнения при помощи теорем Виета. Какова доля тех, кто верно находит дискриминант, среди тех, кто верно находит корни? Ответ дайте в процентах.

Ответ: 87,5%.

Решение. С помощью дискриминанта или теорем Виета корни верно находят

$$0,8 \cdot 0,7 + 0,08 = 0,64$$

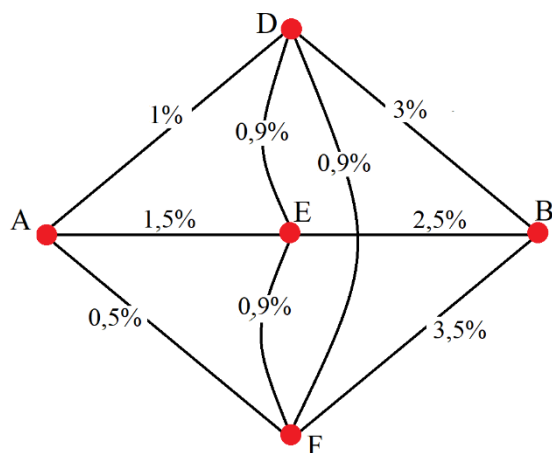
всех восьмиклассников. Доля верно нашедших дискриминант среди них равна

$$\frac{0,8 \cdot 0,7}{0,64} = 0,875.$$

Задачу можно истолковать и решить в терминах условной вероятности.

7. Предпринимателю нужно перевести крупную сумму денег из банка А в банк В. Однако банковская комиссия за такой перевод составляет 4,5%, что не устраивает предпринимателя. Он решил выполнить сложный перевод, пользуясь услугами промежуточных банков D, E и F, каждый из которых установил соглашения с банками А и В о пониженной комиссии при межбанковских переводах. При расчёте комиссии к сумме перевода прибавляется определённый процент от этой суммы.

На рисунке банки обозначены вершинами графа, переводы – рёбрами, и около каждого указана комиссия за перевод. Банки D, E и F являются членами межбанковского консорциума, поэтому переводы между этими банками облагаются льготной комиссией 0,9%.



Предприниматель уже нашёл способ перевести деньги с общей потерей меньше, чем 4,02% за счёт взимания комиссий. Найдите минимальную возможную комиссию при переводе средств. Ответ дайте в процентах с округлением до сотых.

Ответ: 3,94%.

Решение. Сумма комиссионных процентов на каждой из трёх цепочек длины 2 равна 4%. Поэтому из трёх возможных цепочек длины 2 самая лучшая та, где разность процентов наибольшая: 0,5% и 3,5%, то есть цепочка AFB (комиссия 4,0175%). Вероятно, её и нашёл предприниматель. Следующий шаг – предположить существование более выгодной цепи длины 3. Нужно взять самый дешёвый перевод из банка А (в банк F с комиссией 0,5%) и самый дешёвый перевод в банк В (из банка Е с комиссией 2,5%), поскольку между банками D, Е и F комиссии за перевод одинаковы. Требуется промежуточный перевод из F в Е. Проверим, что цепочка AFEB дешевле цепочки AFB:

$$1,005 \cdot 1,009 \cdot 1,025 = 1,03939... < 1,04017...$$

Да, это так. Перебором можно убедиться, что цепочка AFEB даёт наилучшее решение.

8. В крупном отделе компании 5 человек получают зарплату 50 тыс.р. в месяц, 10 человек получают 60 тыс.р., 6 человек получают по 100 тыс.р., и 2 человека – по 120 тыс.р.

Перед Новым Годом совет директоров компании выделил на премирование сотрудников отдела 200 тыс. р. Эта сумма будет добавлена к декабрьской зарплате. Начальник отдела хочет распределить премии так, чтобы медиана общих выплат сотрудникам в декабре оказалась наибольшей возможной (это важный показатель работы начальника). Найдите эту наибольшую возможную медианную выплату. Ответ дайте в тысячах рублей.

Ответ: 104 тыс.р.

Решение. Всего в компании 23 сотрудника, и медианная зарплата равна 60 тыс.р. Пусть новая медианная выплата после премирования равна t тыс.р. Это значит, что, по крайней мере, 12 сотрудников получают в декабре выплату не меньше, чем t . Чтобы сделать t как можно больше, нужно премировать только высокооплачиваемых сотрудников.

Предположим, что $t > 120$. Тогда премию $t - 120$ тыс. р. должны получить те, кто получает 120 тыс.р., премию $t - 100$ тыс.р. должны получить те, кто получает 100 тыс.р., и ещё 4 сотрудника с зарплатой 60 тыс.р. должны получить премию $t - 60$ тыс.р. Общая премия равна 200 тыс.р., поэтому

$$2(m - 120) + 6(m - 100) + 4(m - 60) = 200,$$

откуда $12m = 1280$, то есть $m < 120$. Противоречие.

Пусть $100 < m \leq 120$. Аналогично получаем уравнение

$$6(m - 100) + 4(m - 60) = 200, \text{ откуда } m = 104.$$

Это и есть наибольшее возможное значение m .

9. Новый Год праздновали 32 сотрудника трёх отделений банка. В малом отделении сотрудников меньше, а в большом – больше, чем в среднем. Все расселись вокруг праздничного стола. Посмотрев на своего соседа справа, каждый сидящий за столом подумал:

– Солжёт тот, кто скажет, будто сидящий от меня по правую руку работает в более крупном отделении, чем я.

Среди подуманных мыслей ровно 20 оказались ошибочными. Сколько сотрудников в среднем отделе?

Ответ: 11.

Решение. Обозначим отделы А, В и С и пусть в них соответственно a, b и c сотрудников, причём $a < b < c$. Пары сидящих рядом будем обозначать соответствующими большими буквами. Например, если справа от сотрудника малого отдела сидит сотрудник среднего, то эту пару обозначим АВ. А пара СА – это пара, где справа от сотрудника большого отдела сидит сотрудник малого.

Количество ошибочных мыслей x равно общему количеству пар АВ, АС и ВС. Значит, $x \leq \min(a, b + c) + \min(b, c) = a + b$. Поэтому $a + b \geq 20$. Тогда $c \leq 12$, поэтому $b \leq 11$. Если $b \leq 10$, то $a \leq 9$, но тогда $a + b \leq 19$, что невозможно. Значит, $b = 11$.

Если $a = 9, b = 11$ и $c = 12$, то рассадка может быть, например, такова:

АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС ВС ВС С.

10. В портфеле акционера Б. могут быть акции ценой 100, 200, 300, 400 и 500 р. Акционер подсчитал и выяснил, что средняя цена его акции равна 333 рубля с копейками. Тогда Б. купил ещё одну акцию за 500 р, но средняя цена его акций всё равно не достигла 350 р. Какое наименьшее количество акций могло быть у Б. до покупки последней акции?

Ответ: 12.

Решение. Пусть акций было целое число n . Их суммарная стоимость больше чем $333n$ р., но меньше чем $334n$ р. После покупки акции за 500 р. средняя стоимость акций y р. стала удовлетворять неравенствам

$$\frac{333n+500}{n+1} < y < 350, \text{ откуда } 17n > 150, \text{ то есть } n \geq 9.$$

Если $n = 9$, то суммарная стоимость акций находится в интервале от $9 \cdot 333 = 2997$ р. до $9 \cdot 334 = 3006$ р. Значит, она равна 3000 р., поскольку эта величина должна делиться на 100 р. Но тогда новая средняя цена равна $3500:10 = 350$ р., а это противоречит условию.

Если $n = 10$ или $n = 11$, то суммарная стоимость n акций находится в интервалах от 3330 до 3340 или от 3663 до 3674 р. соответственно, то есть не может делиться на 100.

При $n = 12$ суммарная стоимость акций равна 4000 р. (например, 8 акций по 400 р. и 4 акции по 200 р.). После покупки последней акции средняя цена составила

4500: 13 = 346,15... < 350 p.,

и все условия задачи выполнены.

Гуманитарный блок

Задание 1. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может служить приведенная в СМИ публикация.

«По результатам проведенных оперативно-розыскных мероприятий и следственных действий выявлено 708 фактов регистрации в отделах ЗАГС детей, якобы рожденных вне медицинских учреждений, по каждому из которых 631 женщиной получены социальные пособия и (или) материнский (семейный) капитал в 59 субъектах РФ, — сообщили в пресс-службе правоохранительных органов.»

- А) финансовая пирамида
- Б) теневая экономика
- В) мошенничество
- Г) фишинг
- Д) повышение рождаемости
- Е) социальные гарантии семьям

Ответ: В.

Задание 2. Выберите психологическое(-ие) качество(-а), свойственное(-ые) жертвам, пострадавшим от явления, описанного в Задании 1

- А) молодой возраст
- Б) доверчивость
- В) критическое мышление
- Г) настойчивость
- Д) пожилой возраст
- Е) самоуверенность

Ответ: Б, Е.

Задание 3. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может служить приведённая ниже ситуация.

Компания «Н» предлагала своим потенциальным клиентам улучшить жилищные условия. Для этого было необходимо выполнить ряд условий, первое из которых - внести определенную сумму на счет компании. Клиентам обещали, что деньги будут размещены в банке на эксклюзивном депозите компании под 30% годовых. В реальности до покупки квартиры доходили лишь единицы. Инвестиционная деятельность фирмой не осуществлялась, а жилье первым клиентам приобреталось на средства следующих. Многим клиентам в первые месяцы сообщали о поступлении процентов на их вклады, обещали рост процентов при внесении дополнительных средств, однако вскоре компания перестала отвечать на запросы клиентов, а все счета оказались недоступны.

- А) вишинг
- Б) грабеж
- В) воровство
- Г) финансовая пирамида
- Д) банковская махинация
- Е) кредитная афера

Ответ: Г.

Задание 4. Выберите номер(-а) изображения(-ий), которым(-и) можно проиллюстрировать явление из Задания 3.



Ответ: Б, Г.

Задание 5. Укажите вид(-ы) ответственности, которая(-ые) грозит(-ят) за участие в явлении из приведенной ситуации.

«Злоумышленники звонят через популярный мессенджер, представляясь сотрудниками операторов связи, и сообщают о якобы взломанном аккаунте, предлагая свою помощь. Так аферисты убеждают включить демонстрацию экрана и показать банковские приложения.»

- А) уголовная
- Б) моральная
- В) дисциплинарная
- Г) социальная
- Д) конституционная
- Е) коллективная

Ответ: А.

Задание 6. Укажите вид(-ы) формальных санкции(-й), которая(-ые) наступает(-ют) за участие в явлении, приведённом в Задании 5.

- А) лишение государственных наград
- Б) лишение свободы
- В) обязательные работы
- Г) премирование
- Д) принудительные работы
- Е) бойкот

Ответ: Б, Д.

Задание 7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может быть приведённое изображение.



- А) социальное неравенство
- Б) финансирование терроризма
- В) финансовая пирамида
- Г) трудоустройство
- Д) тневая экономика
- Е) безработица

Ответ: Д.

Задание 8. Выберите пример(-ы) негативных последствий глобального уровня, вызванных развитием явления, указанного в Задании 7.

- А) финансирование терроризма
- Б) рост нагрузки на системы социальной поддержки
- В) отмывание доходов, полученных преступным путем
- Г) разорение предприятий малого бизнеса
- Д) сокращение налоговых поступлений в бюджет
- Е) рост инфляции в стране

Ответ: А, В.

Задание 9. Выберите данные, которые законодатели включают в понятие информации, относящейся к прямо или косвенно определенному или определяемому физическому лицу.

- А) государственный номер транспортного средства
- Б) семейное и имущественное положение
- В) фамилия, имя и отчество
- Г) лицевой счет жилищно-коммунального хозяйства
- Д) никнейм в интернет-игре
- Е) рост и вес

Ответ: Б, В, Е.

Задание 10. Выберите из предложенных советов только те, которые необходимо включить в рекомендацию для граждан о том, как защитить информацию, о которой говорится в Задании 9.

- А) Откажитесь от использования наличных денежных средств.
- Б) Не храните пароли от банковских карт в файлах и заметках на компьютере.
- В) Не открывайте двери незнакомцам.
- Г) Держите все личные документы при себе.
- Д) Не говорите с незнакомцами на улице.
- Е) Регулярно меняйте пароль от личного кабинета на сайтах и от электронной почты.

Ответ: Б, Е.

9 КЛАСС

Математический блок

1. Известно, что 15% всех финансовых преступлений наносят недостаточно большой финансовый ущерб, чтобы ими занимался следователь по особо важным делам. Ещё 25% финансовых преступлений наносят слишком большой ущерб, чтобы поручить их следователю по не особо важным делам. Какова вероятность того, что случайное финансовое преступление окажется в компетенции обоих?

Ответ: 0,6.

Решение. Пусть X р. – ущерб, нанесённый преступлением. Тогда для преступлений первого типа $X \leq x$, а для преступлений второго типа $X \geq y$. При этом $P(X \leq x) + P(X \geq y) = 0,4 < 1$. Значит, эти события несовместны, а потому $x < y$ и $P(x < X < y) = 1 - 0,4 = 0,6$.

2. В один прекрасный день некая крупная компания выпустила на рынок ценную бумагу. На следующий день эта бумага подорожала на 1% по сравнению с ценой, которая была накануне. На второй день – на 2% и так далее. На 10 день бумага подорожала на 10%. На сколько процентов в среднем дорожала эта бумага ежедневно? Результат округлите до сотых долей процента.

Ответ: 5,46.

Решение. $\sqrt[10]{1,01 \cdot 1,02 \cdot 1,03 \cdot \dots \cdot 1,1} = 1,05461\dots$ Значит, среднее удорожание составило примерно 5,46%.

3. В финансово-экономическом отделе работают финансисты и экономисты. На каждого сотрудника отдела в среднем приходится 10,56 финансистов. Сколько в этом отделе финансистов?

Ответ: 11.

Решение. Пусть в компании n финансистов. Тогда на каждого экономиста приходится n финансистов, а на каждого финансиста приходится $n - 1$ финансистов. Следовательно, 10,56 – средневзвешенное чисел $n - 1$ и n . Значит, $n = 11$.

4. Ключевые посты в компании ООО «Вектор» и аффилированных с ней юридических лицах занимает семья Сидоровых: Иван Иванович, Иван Петрович, Петр Иванович, Петр Петрович, Петр Федорович, Федор Иванович и Федор Петрович. Папа гендиректора ООО «Вектор» работает в ООО «Вектор» финансовым директором, братья гендиректора занимаются закупками, а трое его сыновей являются генеральными директорами фирм ООО «Ромашка», ООО «Чеснок» и ООО «Эвкалипт». Как зовут гендиректора ООО «Вектор»? В ответе укажите его имя и отчество.

Ответ: Иван Петрович.

Решение. Заметим, что и у генерального директора есть братья, и его сыновья тоже являются братьями. Среди всех вариантов отчество Федорович встречается только один раз, следовательно, это папа гендиректора (которого зовут Петр Федорович, соответственно). Значит, отчество гендиректора Петрович. Его не могут звать Федором (в противном случае сыновья были бы Федоровичами, а Федорович только один, и это отец). С другой стороны, его не могут звать Петром (в противном случае, ни сыновья, ни братья не могут быть Ивановичами). Следовательно, гендиректора зовут Иван Петрович, его отец — Петр Федорович, братья — Петр Петрович и Федор Петрович, а сыновья — Иван Иванович, Петр Иванович и Федор Иванович.

5. Из всех восьмиклассников, получивших задание решить квадратное уравнение, 70% верно находят дискриминант. Из тех, кто верно находит дискриминант, 90% верно получают корни. Ещё 12% восьмиклассников не вычисляют дискриминант, а сразу верно находят корни уравнения при помощи теорем Виета. Какова доля тех, кто верно находит дискриминант, среди тех, кто верно находит корни? Ответ дайте в процентах.

Ответ: 84%.

Решение. С помощью дискриминанта или теорем Виета корни верно находят

$$0,7 \cdot 0,9 + 0,12 = 0,75$$

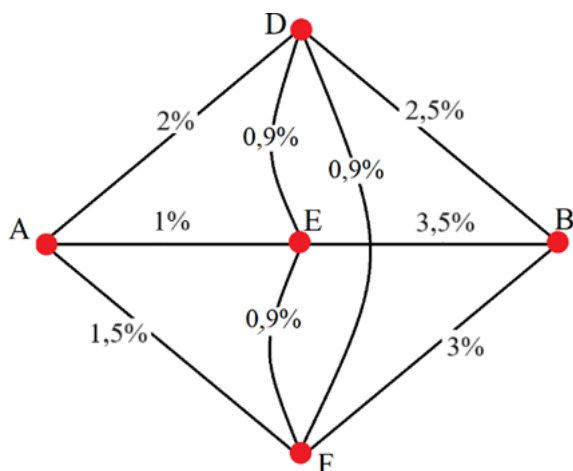
всех восьмиклассников. Доля верно нашедших дискриминант среди них равна

$$\frac{0,7 \cdot 0,9}{0,75} = 0,84.$$

Задачу можно истолковать и решить в терминах условной вероятности.

6. Предпринимателю нужно перевести крупную сумму денег из банка А в банк В. Однако банковская комиссия за такой перевод составляет 5%, что не устраивает предпринимателя. Он решил выполнить сложный перевод, пользуясь услугами промежуточных банков D, E и F, каждый из которых установил соглашения с банками А и В о пониженной комиссии при межбанковских переводах. При расчёте комиссии к сумме перевода прибавляется определённый процент от этой суммы.

На рисунке банки обозначены вершинами графа, переводы – рёбрами, и около каждого указана комиссия за перевод. Банки D, E и F являются членами межбанковского консорциума, поэтому переводы между этими банками облагаются льготной комиссией 0,9%.



Предприниматель уже нашёл способ перевести деньги с общей потерей меньше, чем 4,54% за счёт взимания комиссий. Найдите минимальную возможную комиссию при переводе средств. Ответ дайте в процентах с округлением до сотых.

Ответ: 4,46%.

Решение. Сумма комиссионных процентов на каждой из трёх цепочек длины 2 равна 4,5%. Поэтому из трёх возможных цепочек длины 2 самая лучшая та, где разность процентов наибольшая: 1% и 3,5%, то есть цепочка АЕВ (комиссия 4,535%). Вероятно, её и нашёл предприниматель. Следующий шаг – предположить существование более выгодной цепи длины 3. Нужно взять самый дешёвый перевод из банка А (в банк Е с комиссией 1%) и самый дешёвый перевод в банк В (из банка D с комиссией 2,5%), поскольку между банками D, E и F комиссии за перевод одинаковы. Требуется промежуточный перевод из E в D. Проверим, что цепочка АЕДВ дешевле цепочки АЕВ:

$$1,01 \cdot 1,009 \cdot 1,025 = 1,04456... < 1,04535.$$

Да, это так. Перебором можно убедиться, что цепочка АЕДВ даёт наилучшее решение.

7. В крупном отделе компании 6 человек получают зарплату 75 тыс.р. в месяц, 10 человек получают 90 тыс. р., 8 человек получают по 125 тыс. р, и 3 человека – по 140 тыс. р.

Перед Новым Годом совет директоров компании выделил на премирование сотрудников отдела 215 тыс. р. Эта сумма будет добавлена к декабрьской зарплате. Начальник отдела хочет распределить премии так, чтобы медиана общих выплат сотрудникам в декабре оказалась наибольшей возможной (это важный показатель работы начальника). Найдите эту наибольшую возможную медианную выплату. Ответ дайте в тысячах рублей.

Ответ: 135 тыс.р.

Решение. Всего в компании 27 сотрудников, и медианная зарплата равна 90 т.р. Пусть новая медианная выплата после премирования равна t тыс. р. Это значит, что, по крайней мере, 14 сотрудников получат в декабре выплату не меньше, чем t . Чтобы сделать t как можно больше, нужно премировать только высокооплачиваемых сотрудников.

Предположим, что $t > 140$. Тогда премию $t - 140$ тыс. р. должны получить те, кто получает 140 тыс. р., премию $t - 125$ тыс. р. должны получить те, кто получает 125 тыс. р., и ещё 3 сотрудника с зарплатой 90 тыс. р. должны получить премию $t - 90$ тыс. р. Общая премия равна 215 тыс. р., поэтому

$$3(t - 140) + 8(t - 125) + 3(t - 90) = 215,$$

откуда $14m = 1905$, то есть $m < 140$. Противоречие.

Пусть $125 < m \leq 140$. Аналогично получаем уравнение

$$8(m - 125) + 3(m - 90) = 215, \text{ откуда } m = 135.$$

Это и есть наибольшее возможное значение m .

8. Новый Год праздновали 32 сотрудника трёх отделений банка. Все расселись вокруг огромного праздничного стола. Посмотрев на своего соседа справа, каждый сидящий за столом подумал:

– Солжёт тот, кто скажет, будто сидящий от меня по правую руку работает в отделении, где сотрудников больше, чем в отделе, где работаю я.

Какое наибольшее количество ошибочных мыслей могло быть подумано?

Ответ: 20.

Решение. Обозначим отделы А, В и С и пусть в них соответственно a, b и c сотрудников, причём $a \leq b \leq c$. Пары сидящих рядом будем обозначать соответствующими большими буквами. Например, если справа от сотрудника отделения А сидит сотрудник отделения В, то такую пару обозначим АВ.

Количество ошибочных мыслей x не больше, чем общее количество пар АВ, АС и ВС (равенство возможно, если $a < b < c$). Тогда

$$x \leq \min(a, b + c) + \min(b, c) = a + b.$$

Если в двух отделах поровну сотрудников, то такие пары сидящих рядом не дают вклада в количество ошибочных мыслей. Поэтому для его максимизации необходимо, чтобы отделы различались числом сотрудников в них. Если $x \geq 21$, то $a + b \geq 21$, $a + c \geq 22$ и $b + c \geq 23$, откуда $2a + 2b + 2c \geq 66$, то есть $a + b + c \geq 33$. Противоречие. Значит, $x \leq 20$. Пример рассадки, при которой $x = 20$:

АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС АВС ВС ВС С.

Здесь $a = 9$, $b = 11$, $c = 12$.

9. В портфеле акционера Б. могут быть акции ценой 100, 200, 300, 400 и 500 р. Акционер подсчитал и выяснил, что средняя цена его акции равна 288 рублей с копейками. Тогда Б. купил ещё одну акцию за 500 р, но средняя цена его акций всё равно не достигла 320 р. Какое наименьшее количество акций могло быть у Б. до покупки последней акции?

Ответ: 9.

Решение. Пусть акций было целое число n . Их суммарная стоимость больше чем $288n$ р., но меньше чем $229n$ р. После покупки акции за 500 р. средняя стоимость акций y р. стала удовлетворять неравенствам

$$\frac{288n+500}{n+1} < y < 320, \text{ откуда } 32n > 180, \text{ то есть } n \geq 6.$$

Если $n = 6$, то суммарная стоимость акций находится в интервале от $6 \cdot 288 = 1728$ р. до $6 \cdot 289 = 1734$ р. В этом интервале нет чисел, делящихся на 100, значит, такое количество акций быть не может, поскольку общая стоимость акций должна делиться на 100 р. Если $n = 7$ или $n =$

8, то суммарная стоимость n акций находится в интервалах от 2016 до 2023 или от 2304 до 2312 р. соответственно, то есть не может делиться на 100.

При $n = 9$ суммарная стоимость акций равна 2600 р. (например, 4 акции по 400 р. и 5 акций по 200 р.). После покупки последней акции средняя цена составила

$$3100:10 = 310 < 320 \text{ р.},$$

и все условия задачи выполнены.

10. Сергей многократно бросает 20-гранную игральную кость, грани которой пронумерованы числами от 1 до 20. После каждого броска Сергей находит сумму очков, выпавших при всех сделанных бросках. Сергей совершенно точно знает, что вероятность получить в какой-то момент сумму очков 20 равна 0,1263. Какова вероятность того, что после какого-то броска получится сумма 21? Результат округлите до тысячных.

Ответ: 0,083.

Решение. Пусть p_j – вероятность того, что в какой-то момент сумма всех выпавших чисел равна j . Тогда по формуле полной вероятности для $n \geq 20$

$$p_n = \frac{p_{n-1} + p_{n-2} + \dots + p_{n-20}}{20},$$

где $p_0 = 1$ (событие «сумма в какой-то момент равна 0») является достоверным, поскольку до начала бросков сумма равна 0). Следовательно,

$$p_{20} = \frac{p_{19} + p_{18} + \dots + p_0}{20} \quad \text{и} \quad p_{21} = \frac{p_{20} + p_{19} + \dots + p_1}{20}.$$

Вычитая первое равенство из второго почленно, получаем:

$$p_{21} - p_{20} = \frac{p_{20} - p_0}{20}, \quad \text{откуда} \quad p_{21} = \frac{21p_{20} - 1}{20} = 0,082615.$$

Гуманитарный блок

Задание 1. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению из приведенной в СМИ характеристики

68-летняя пенсионерка и четверо ее знакомых организовали подставную фирму по привлечению граждан, желающих взять кредиты. В своей рекламе организация обещала погасить их задолженность. В реальности такие кредиты они гасили средствами других привлеченных в фирму граждан.

«В течение первых месяцев фигуранты самостоятельно вносили платежи от имени клиентов, в некоторых случаях даже полностью погашали взятые ими обязательства. Впоследствии граждане вновь брали кредиты, и схема повторялась. По предварительным подсчетам, с 2022 года по настоящее время соучастниками привлечено порядка 1 млрд руб.», — сообщила представительница правоохранительных органов.»

- А) финансовая пирамида
- Б) теневая экономика
- В) вишинг
- Г) кредитная нагрузка
- Д) кредитная история
- Е) социальные гарантии заемщиков

Ответ: А.

Задание 2. Укажите категорию(-и) населения, на которую(-ые) рассчитывают основатели компаний из Задания 1.

- А) амбициозные люди
- Б) люди, стремящиеся разбогатеть
- В) инвестиционно грамотные люди
- Г) люди с плохой кредитной историей
- Д) пожилые люди
- Е) заложники психологической ловушки

Ответ: Г, Е.

Задание 3. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может служить приведённая ниже ситуация.

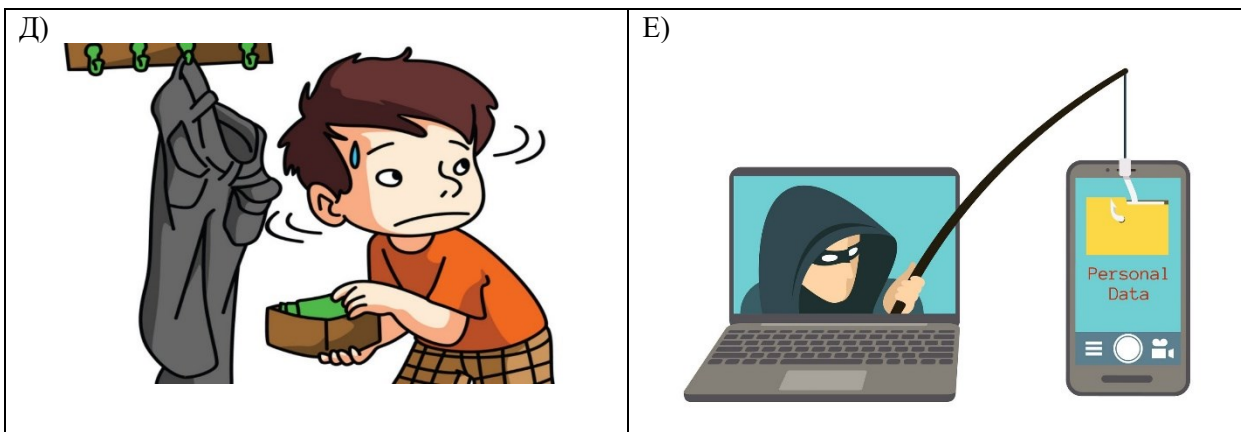
Марине позвонили с неизвестного номера. Звонивший представился сотрудником банка и рассказал, что её карту пытаются использовать для платежа в одном из крупных магазинов бытовой техники. Беседа была долгой и похожей на правдивую: делали вид, что переключали на других операторов, спрашивали разные подробности, даже давали советы. Марина и сама не заметила, как перевела почти все свои средства на якобы резервный счет.

- А) вишинг
- Б) грабеж
- В) воровство
- Г) финансовая пирамида
- Д) банковская махинация
- Е) кредитная афера

Ответ: А.

Задание 4. Выберите номер(-а) изображения(-ий), которым(-и) можно проиллюстрировать явление из Задания 3.





Ответ: Г.

Задание 5. Укажите вид(-ы) ответственности, которая(-ые) грозит(-ят) за участие в явлении из публикации в СМИ.

«В 2018 году в зафиксирована массовая волна жалоб от граждан, на которых оформили фиктивные займы. Злоумышленники, используя персональные данные клиентов, включая информацию об их кредитной истории, воспользовались данными граждан для получения займов в микрофинансовых организациях от их имени.»

- А) моральная
- Б) дисциплинарная
- В) конституционная
- Г) общественная
- Д) уголовная
- Е) банковская

Ответ: Д.

Задание 6. Выберите организацию(-ии), в которую(-ые) следует обратиться пострадавшим из Задания 5 для восстановления нарушенных прав.

- А) Банк России
- Б) Роспотребнадзор
- В) полиция
- Г) Росфинмониторинг
- Д) бюро кредитных историй
- Е) банк, в котором открыт счёт пострадавших

Ответ: В, Д

Задание 7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может быть приведённое изображение.



- А) теневая экономика
 - Б) финансирование терроризма
 - В) финансовая пирамида
 - Г) биржевой курс
 - Д) налоговая система
 - Е) монополизация рынка
- Ответ: А.**

Задание 8. Выберите причину(-ы) явления, описанного в Задании 7.

- А) высокий уровень благополучия граждан
 - Б) высокий уровень коррупции
 - В) высокий уровень компетенции чиновников на местах
 - Г) нестабильность национальной экономики
 - Д) стабильное экономическое развитие государства
 - Е) высокий уровень спроса
- Ответ: Б, Г.**

Задание 9. Выберите термин, иллюстрацией которого может быть приведенное изображение.



- А) вишинг
 - Б) фишинг
 - В) скимминг
 - Г) хайпы
 - Д) «дорожное яблоко»
 - Е) социальная инженерия
- Ответ: Г.**

Задание 10. Укажите признак(-и), по которым финансово грамотный человек сделает вывод о том, что ему не следует принимать участие в явлении из Задания 9.

- А) рекомендует знакомый
- Б) доходность не превышает размер ключевой ставки
- В) обещание дохода выше рыночного
- Г) продажа реальной продукции
- Д) агрессивная реклама
- Е) отсутствие гарантированного дохода от инвестиций

Ответ: В, Д.

10 КЛАСС

Математический блок

1. Известно, что 22% всех финансовых преступлений наносят недостаточно большой финансовый ущерб, чтобы ими занимался следователь по особо важным делам. Ещё 17% финансовых преступлений наносят слишком большой ущерб, чтобы поручить их следователю по не особо важным делам. Какова вероятность того, что случайное финансовое преступление окажется в компетенции обоих?

Ответ: 0,61.

Решение. Пусть X р. – ущерб, нанесённый преступлением. Тогда для преступлений первого типа $X \leq x$, а для преступлений второго типа $X \geq y$. При этом $P(X \leq x) + P(X \geq y) = 0,39 < 1$. Значит, эти события несовместны, а потому $x < y$ и $P(x < X < y) = 1 - 0,39 = 0,61$.

2. Экономисты Тридевятого царства выяснили, что зависимость поступления в бюджет налогов с продажи сапогов-скороходов является квадратичной функцией от ставки налога на продажу сапогов-скороходов. Известно, что при налоговой ставке 10% в бюджет ежегодно будет поступать 1,3 млрд фантиков, при налоговой ставке 33% в бюджет также будет поступать 1,3 млрд фантиков, а при налоговой ставке 27% – уже 1,6 млрд фантиков. Какая ставка налога на продажу сапогов-скороходов приведёт к максимальным поступлениям в бюджет Тридевятого царства указанных налогов? Ответ укажите в процентах.

Ответ: 21,5%.

Решение. Заметим, что в двух точках (10% и 33%) указанная квадратичная функция принимает одинаковые значения, а в промежуточной точке 27% её значение больше. Значит, график этой функции (он ещё называется *кривой Лаффера*) является параболой с ветвями, направленными вниз. Максимальное значение она принимает в точке, являющейся средним значением 10% и 33%, то есть 21,5%.

3. В один прекрасный день некая крупная компания выпустила на рынок ценную бумагу. На следующий день эта бумага подорожала на 5% по сравнению с ценой, которая была накануне. На второй день – на 6% и так далее. На 10 день бумага подорожала на 14%. На сколько в среднем процентов дорожала эта бумага ежедневно? Результат округлите до сотых долей процента.

Ответ: 9,46.

Решение. $\sqrt[10]{1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 \cdot \dots \cdot 1,14} = 1,09462\dots$ Значит, среднее удорожание составило примерно 9,46%.

4. Из всех восьмиклассников, получивших задание решить квадратное уравнение, 75% верно находят дискриминант. Из тех, кто верно находит дискриминант, 84% верно получают корни. Ещё 7% восьмиклассников не вычисляют дискриминант, а сразу верно находят корни уравнения при помощи теорем Виета. Какова доля тех, кто верно находит дискриминант, среди тех, кто верно находит корни? Ответ дайте в процентах.

Ответ: 90%.

Решение. С помощью дискриминанта или теорем Виета корни верно находят

$$0,75 \cdot 0,84 + 0,07 = 0,7$$

всех восьмиклассников. Доля верно нашедших дискриминант среди них равна

$$\frac{0,75 \cdot 0,84}{0,7} = 0,9.$$

Задачу можно истолковать и решить в терминах условной вероятности.

5. В финансово-экономическом отделе работают финансисты и экономисты. На каждого сотрудника отдела в среднем приходится 18,24 финансистов. Какую долю сотрудников отдела составляют экономисты? Ответ дайте в процентах.

Ответ: 24%.

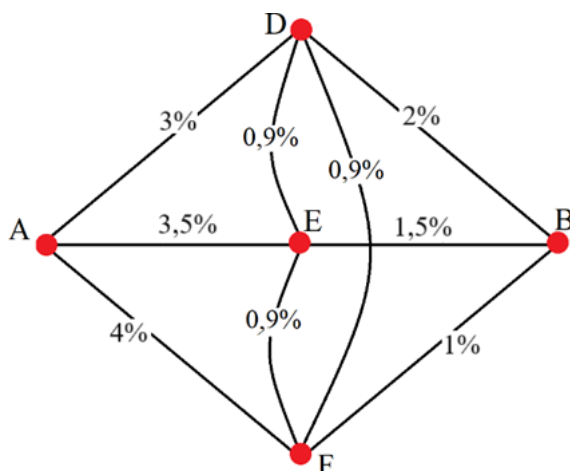
Решение. Пусть в компании n финансистов. Тогда на каждого экономиста приходится n финансистов, а на каждого финансиста приходится $n - 1$ финансистов. Следовательно, 18,24 – средневзвешенное чисел $n - 1$ и n . Значит, $n = 19$. Пусть экономистов k . Тогда

$$\frac{19k + 18 \cdot 19}{k + 19} = 18,24; \quad 0,76k = 0,24 \cdot 19, \text{ откуда } k = 6.$$

Таким образом, в компании 25 сотрудников, а вероятность случайно выбрать экономиста равна $\frac{6}{25} = 0,24$.

6. Предпринимателю нужно перевести крупную сумму денег из банка А в банк В. Однако банковская комиссия за такой перевод составляет 5,5%, что не устраивает предпринимателя. Он решил выполнить сложный перевод, пользуясь услугами промежуточных банков D, E и F, каждый из которых установил соглашения с банками А и В о пониженной комиссии при межбанковских переводах. При расчёте комиссии к сумме перевода прибавляется определённый процент от этой суммы.

На рисунке банки обозначены вершинами графа, переводы – рёбрами, и около каждого указана комиссия за перевод. Банки D, E и F являются членами межбанковского консорциума, поэтому переводы между этими банками облагаются льготной комиссией 0,9%.



Предприниматель уже нашёл способ перевести деньги с общей комиссией меньше, чем 5,05%. Найдите минимальную возможную комиссию при переводе средств. Ответ дайте в процентах с округлением до сотых.

Ответ: 4,97%.

Решение. Сумма комиссионных процентов на каждой из трёх цепочек длины 2 равна 5%. Поэтому из трёх возможных цепочек длины 2 самая лучшая та, где разность процентов наибольшая: 4% и 1%, то есть цепочка AFB (комиссия 5,04%). Вероятно, её и нашёл предприниматель. Следующий шаг – предположить существование более выгодной цепи длины 3. Нужно взять самый дешёвый перевод из банка А (в банк D с комиссией 3%) и самый дешёвый перевод в банк В (из банка F с комиссией 1%), поскольку между банками D, E и F комиссии за перевод одинаковы. Требуется промежуточный перевод из D в F. Проверим, что цепочка ADFB дешевле цепочки AFB:

$$1,03 \cdot 1,009 \cdot 1,01 = 1,04966... < 1,0504.$$

Да, это так. Перебором можно убедиться, что цепочка ADFB даёт наилучшее решение.

7. В крупном отделе компании 4 человека получают зарплату 80 тыс.р. в месяц, 11 человек получают 100 тыс. р., 7 человек получают по 120 тыс. р, и 3 человека – по 150 тыс. р.

Перед Новым Годом совет директоров компании выделил на премирование сотрудников отдела 180 тыс. р. Эта сумма будет добавлена к декабрьской зарплате. Начальник отдела хочет распределить премии так, чтобы медиана общих выплат сотрудникам в декабре оказалась наибольшей возможной (это важный показатель работы начальника). Найдите эту наибольшую возможную медианную выплату. Ответ дайте в тысячах рублей.

Ответ: 132 тыс.р.

Решение. Всего в компании 25 сотрудников, и медианная зарплата равна 100 т.р. Пусть новая медианная выплата после премирования равна m тыс. р. Это значит, что, по крайней мере, 13 сотрудников получают в декабре выплату не меньше, чем m . Чтобы сделать m как можно больше, нужно премировать только высокооплачиваемых сотрудников.

Предположим, что $m > 150$. Тогда премию $m - 150$ тыс. р. должны получить те, кто получает 150 тыс. р., премию $m - 120$ тыс. р. должны получить те, кто получает 120 тыс. р., и ещё 3 сотрудника с зарплатой 100 тыс. р. должны получить премию $m - 100$ тыс. р. Общая премия равна 180 тыс. р., поэтому

$$3(m - 150) + 7(m - 120) + 3(m - 100) = 180,$$

откуда $13m = 1770$, то есть $m < 150$. Противоречие.

Пусть $120 < m \leq 150$. Аналогично получаем уравнение

$$7(m - 120) + 3(m - 100) = 180, \text{ откуда } m = 132.$$

Это и есть наибольшее возможное значение m .

8. В случайном опыте ровно 7 равновозможных элементарных событий. Сколько в этом опыте пар различных независимых событий?

Ответ: 253.

Решение. Всего в опыте $2^7 = 128$ событий, включая достоверное и невозможное. Пусть события A и B независимы, и им благоприятствует a и b элементарных событий соответственно. Для определенности будем считать, что $a \leq b$. Пусть событию $A \cap B$ благоприятствует c элементарных событий. Должно выполняться равенство

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{a}{7} \cdot \frac{b}{7} = \frac{c}{7} = P(A \cap B),$$

откуда $ab = 7c$. Число 7 простое, поэтому возможны два случая.

1. $b = 7$ и $a = c$. Тогда событие B достоверное, а A – любое из оставшихся 127 событий. Получаем 127 пар событий, в которых одно из событий достоверное.

2. $a = c = 0$. Тогда событие A невозможное, а B – любое из оставшихся 127 событий. Получаем 127 пар событий, из которых одно невозможное.

При этом пара (невозможное, достоверное) посчитана дважды. Поэтому различных пар

$$127 + 127 - 1 = 253.$$

9. Новый Год праздновали 40 сотрудников трёх отделений банка. Все расселись вокруг огромного праздничного стола. Посмотрев на своего соседа справа, каждый сидящий за столом подумал:

– Солжёт тот, кто скажет, будто сидящий от меня по правую руку работает в отделении, где сотрудников больше, чем в отделе, где работаю я.

Какое наибольшее количество ошибочных мыслей могло быть подумано?

Ответ: 25.

Решение. Обозначим отделы A , B и C и пусть в них соответственно a , b и c сотрудников, причём $a \leq b \leq c$. Пары сидящих рядом будем обозначать соответствующими большими буквами. Например, если справа от сотрудника отделения A сидит сотрудник отделения B , то такую пару обозначим AB .

Количество ошибочных мыслей x не больше, чем общее количество пар AB , AC и BC (равенство возможно, если $a < b < c$). Тогда

$$x \leq \min(a, b + c) + \min(b, c) = a + b.$$

Если в двух отделах поровну сотрудников, то такие пары сидящих рядом не дают вклада в количество ошибочных мыслей. Поэтому для его максимизации необходимо, чтобы отделы различались числом сотрудников в них. Если $x \geq 26$, то $a + b \geq 26$, $a + c \geq 27$ и $b + c \geq 28$, откуда $2a + 2b + 2c \geq 81$, то есть $a + b + c > 40$. Противоречие. Значит, $x \leq 25$. Пример рассадки, при которой $x = 25$:

ABC ABC ABC ABC ABC ABC ABC ABC ABC ABC ABC BC BC BC C.

Здесь $a = 11$, $b = 14$, $c = 15$.

10. В портфеле акционера Б. могут быть акции ценой 200, 300, 400, 500 и 600 р. Акционер подсчитал и выяснил, что средняя цена его акции равна 422 рубля с копейками. Тогда Б. купил ещё одну акцию за 600 р, но средняя цена его акций всё равно не достигла 430 р. Какое наименьшее количество акций могло быть у Б. до покупки последней акции?

Ответ: 27.

Решение. Пусть акций было целое число n . Их суммарная стоимость больше чем $422n$ р., но меньше чем $423n$ р. После покупки акции за 600 р. средняя стоимость акций y р. стала удовлетворять неравенствам

$$\frac{422n+600}{n+1} < y < 430, \text{ откуда } 8n > 170, \text{ то есть } n \geq 22.$$

Если $n = 22$, то суммарная стоимость акций находится в интервале от $22 \cdot 422 = 9284$ р. до $22 \cdot 423 = 9306$ р. Значит, она равна 9300 р., поскольку эта величина должна делиться на 100 р. Но тогда новая средняя цена равна $9900:23 = 430,43\dots$ р., а это противоречит условию.

Если n находится в промежутке от 23 до 26 включительно, то суммарная стоимость n акций находится в интервалах, не содержащих чисел, кратных 100, что невозможно.

При $n = 27$ суммарная стоимость акций равна 11 400 р. (например, 22 акции по 400 р., 4 акции по 500 р. и 1 акция по 600 р.). После покупки последней акции средняя цена составила

$$12\ 000:27 = 428,57\dots < 430 \text{ р.},$$

и все условия задачи выполнены.

Гуманитарный блок

Задание 1. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует следующему определению:

«Одна из отраслей криминологии, предметом изучения которой стали качества личности, заключающиеся в предрасположенности человека стать жертвой мошенничества.»

- А) этнокриминология
- Б) криминофамилистика
- В) криминотеология
- Г) юриспруденция
- Д) уголовное право
- Е) виктимология

Ответ: Е

Задание 2. Укажите когнитивный(-ые) механизм(-ы) жертв, который(-ые) задействуют мошенники в случае вовлечения в финансовую пирамиду людей, имеющих базовые финансовые знания и понимающих, что предлагаемый инвестиционный проект является пирамидой?

- А) самоуверенность
- Б) доверие
- В) страх
- Г) стереотипность мышления
- Д) стремление к наживе
- Е) финансовую грамотность

Ответ: А.

Задание 3. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может служить приведённая ниже ситуация.

В социальной сети Виктору написала знакомая с предложением вместе сходить в театр. Она прислала ссылку и сказала, на какой ряд и место куплен ее билет. На сайте в выпадающем списке можно было выбрать ряд и место. Место рядом с девушкой было свободно. Виктор оформил билет, его стоимость списали с карты дважды — второй раз якобы по ошибке, из-за сбоя в системе. Затем юноше позвонили с неизвестного номера и предложили вернуть второй платеж — правда, с оговоркой, что сделать это можно только через чат на сайте. Во время оформления возврата в чате Виктору предложили сделать это с помощью «верификации».

- А) вишинг
- Б) грабеж
- В) воровство
- Г) финансовая пирамида

Д) банковская махинация

Е) фишинг

Ответ: Е.

Задание 4. Выберите номер(-а) изображения(-ий), которым(-и) можно проиллюстрировать явление из Задания 3.



Ответ: А, Е.

Задание 5. Укажите вид(-ы) ответственности, которая(-ые) грозит(-ят) звонившему за участие в явлении из публикации в СМИ.

«Поздним вечером Марии на телефон пришло sms-сообщение о том, что ее банковская карта заблокирована. Напуганная женщина позвонила на номер. На звонок ответил мужчина, представившийся сотрудником службы безопасности банка. Он сообщил, что злоумышленники пытаются снять деньги с ее банковской карты. Для того чтобы

обезопасить свои средства, Марии их нужно перевести на «защищенный» счет. Мария так и поступила, а позже узнала, что лишилась своих денег.»

- А) моральная
- Б) дисциплинарная
- В) конституционная
- Г) общественная
- Д) уголовная
- Е) банковская

Ответ: Д.

Задание 6. Выберите организацию(-ии), в которую(-ые) следует обратиться пострадавшей из Задания 5, чтобы мошенничество можно было пресечь и вернуть потерянные деньги.

- А) Банк России
- Б) оператор сотовой связи
- В) полиция
- Г) Росфинмониторинг
- Д) банк, в котором был открыт счёт пострадавшей
- Е) банк, в котором был открыт «защищенный» счёт

Ответ: В.

Задание 7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, иллюстрацией которого может быть приведённое изображение.



- А) дефляция
- Б) безработица
- В) теневая экономика
- Г) инфляция
- Д) легальный бизнес
- Е) монополизация рынка

Ответ: В.

Задание 8. Выберите метод(-ы), с помощью которого(-ых) можно определить уровень развития явления, описанного в Задании 7.

- А) сопоставление доходов домохозяйств с расходами
- Б) оценка размеров основных статей расходов государственного бюджета
- В) расчёт стоимости всех произведённых товаров и услуг в текущих рыночных ценах
- Г) визуальное наблюдение
- Д) подсчёт количества коммерческих организаций, открытых за последний год
- Е) проведение социологических опросов и интервью

Ответ: А, Е.

Задание 9. Выберите термин, в наибольшей степени отражающий явление, характеристика которого приведена ниже.

Человеку предлагают заработать, выполняя различные поручения: например, оформить в банке новую банковскую карту, а затем передать ее доверенному человеку, или обналичивать деньги, поступающие от определенного абонента.

- А) социальная инженерия
- Б) фишинг
- В) скимминг
- Г) хайпы
- Д) дропперство
- Е) финансовая пирамида

Ответ: Д.

Задание 10. Выберите из предложенных советов только те, которые необходимо включить в рекомендацию для граждан о том, как не стать жертвой мошенников, о которых идет речь в задании 9.

- А) Не используйте зарплатные карты для расчётов в магазинах и оплаты интернет-покупок.
- Б) Не пользуйтесь подозрительными моделями банкоматов.
- В) Не соглашайтесь перевести деньги по реквизитам по просьбе неизвестных лиц.
- Г) Используйте антивирус и регулярно его обновляйте.
- Д) Не сообщайте никому данные своей банковской карты.
- Е) Настройте двухфакторную аутентификацию на сайтах, владеющих Вашими персональными данными.

Ответ: В, Д.