

1. 2024 - 1 тур отборочного этапа - 2

Два совладельца компании — Андрей и Борис — решили завершить совместный бизнес. Перед продажей фирмы специалист по финансовой безопасности анализирует распределение долей, чтобы исключить возможные споры.

Он подсчитал, что если бы доля акций Андрея в фирме была на 40% больше, то доля акций Бориса оказалась бы на 60% меньше, что создало бы серьёзный дисбаланс и юридические риски.

На сколько процентов акций у Бориса было бы меньше, чем сейчас, если бы акций у Андрея было больше, чем сейчас на 10%. Ответ дайте в процентах.

Ответ: 15

Решение: Пусть x — доля Андрея, тогда $(1 - x)$ — доля Бориса. Стало быть, $1,4x + 0,4(1 - x) = 1$, откуда $x + 0,4 = 1$, то есть $x = 0,6$, $1 - x = 0,4$. Если бы доля Андрея стала на 10% больше, то она бы равнялась 0,66, поэтому доля Бориса стала бы равняться 0,34. Уменьшение доли Бориса равно $\frac{0,34}{0,4} = 0,85$, то есть доля Бориса уменьшилась бы на 15%.

Литература: А.В.Деревянкин. Пять тем из школьной алгебры. Теория и задачи. — М.: МЦНМО, 2015.

2. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 1а

Чтобы снизить риски мошенничества и конфликта интересов, в филиале компании выделяют роли: юристы, финансисты и специалисты по финансовой безопасности, однако некоторые сотрудники все равно иногда совмещают несколько ролей. По отчёту кадров: половина сотрудников — юристы, треть — финансисты, причём финансисты не совмещают работу юриста. Специалистов по безопасности четверть, и все они не финансисты.

Какое наименьшее количество сотрудников может быть в филиале?

Ответ: 12

Решение: Пусть в этом филиале x сотрудников. Юристов $\frac{x}{2}$, финансистов $\frac{x}{3}$, а специалистов по финансовой безопасности $\frac{x}{4}$. Значит, число сотрудников должно делиться на 2, на 3 и на 4, то есть быть кратным 12. Наименьшее подходящее число — это 12. Такое возможно, если юристов 6, финансистов 4, а специалистов по финансовой безопасности 3, и один из них является одновременно ещё и юристом.

Литература: П.В.Чулков. Арифметические задачи. — М.: МЦНМО, 2024.

3. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 4

Компания планирует провести аудит своей финансовой отчётности. Стоимость аудита зависит от объёма проверяемых данных: она пропорциональна произведению двух параметров — количества клиентов и среднего числа транзакций одного клиента. Оба этих параметра оцениваются с погрешностью 10% в ту или иную сторону. Кроме того, стоимость обработки одной единицы объёма данных составляет 0,5 у.е., но может колебаться в пределах 5% из-за изменения рыночных условий.

Какой минимальный страховой резерв (в процентах от базовой оценки стоимости аудита) должен заложить финансовый директор, чтобы гарантированно покрыть все возможные расходы при самых неблагоприятных отклонениях?

Ответ дайте в процентах.

Ответ: 27,05

Решение: Пусть количество клиентов равно x , среднее число транзакций одного клиента y , а стоимость аудита соответственно пропорциональна xy , то есть составляется $xy \cdot c$, где c — стоимость обработки одной единицы объёма данных.

Если количество клиентов и среднее число транзакций одного клиента взять с погрешностью в 10% в большую сторону, то стоимость аудита составит $1,1x \cdot 1,1y \cdot c = 1,21xy \cdot c$. Если стоимость обработки одной единицы объёма данных взять с запасом в 5%, то итоговая стоимость аудита составит $1,21xy \cdot 0,5 \cdot 1,05 = 1,2705 \cdot 0,5xy$, где $0,5xy$ — ожидаемая стоимость обработки данных.

Таким образом, минимальный страховой резерв должен составить $0,2705 \cdot 0,5xy$, или 27,05%.

4. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 2

Служба финансовой безопасности банка проверяет цепочку переводов по одной группе клиентов. Клиент Иван Петрович отправил перевод каждому из 7 своих знакомых. Далее выяснилось, что каждый из этих 7 человек дополнительно получил переводы от 3 других людей из той же группы, но не от Ивана Петровича.

Сколько всего переводов было совершено?

Ответ: 28

Решение: Заметим, что каждый из 7 друзей получил по 4 перевода. Стало быть, всего произошло $7 \cdot 4 = 28$ переводов.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

5. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 4

В компании решили вести маркетинг прозрачно: все деньги, полученные от новых клиентов, реинвестируются только в официальную рекламу. Известно, что разового дохода от 3 новых клиентов хватает на рекламу, которая приносит ещё 1 клиента.

Изначально был бюджет на кампанию, которая приводит 9 клиентов. После этого компания весь разовый доход продолжает направлять на дополнительную рекламу по тому же принципу. Сколько всего клиентов удастся привлечь?

Ответ: 13

Решение: Разового дохода от 9 привлеченных клиентов хватит, чтобы привлечь еще 3 клиентов. Разовый доход от их привлечения, позволит привлечь еще одного клиента. Таким образом, всего удастся привлечь $9 + 3 + 1 = 13$ клиентов.

Литература: П.В.Чулков. Арифметические задачи. — М.: МЦНМО, 2024.

6. 2025 - 2 тур отборочного этапа - 3

Система антифрода выделила 7 подозрительных операций, для каждой выставлен балл подозрительности — натуральное число, не превосходящее 99, причем все выставленные баллы оказались различны.

Обозначим через x среднее арифметическое баллов, а через m — медиану.

Каково максимально возможное значение выражения xt ?

Ответ: $\frac{258}{7}$ (36,86)

Решение: Представим выбранные числа в порядке возрастания в виде

$$m - c_1, m - c_2, m - c_3, m, m + d_1, m + d_2, m + d_3.$$

Все числа c_k и d_k чётные натуральные. Поэтому

$$c_1 + c_2 + c_3 \geq 6 + 4 + 2 = 12.$$

Поскольку $m \geq 7$ и $m + d_3 \leq 99$, получаем оценку

$$d_3 + d_2 + d_1 \leq 92 + 90 + 88 = 270.$$

$$\text{Значит, } x - m = \frac{d_1 + d_2 + d_3 - c_1 - c_2 - c_3}{7} \leq \frac{270 - 12}{7} = \frac{258}{7}.$$

Это значение достигается для чисел 1, 3, 5, 7, 95, 97, 99.

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

7. 2024 - финальный этап - 3б

В учебном кейсе по финансовой безопасности рассматривается закрытая группа, где любые два члена либо знакомы, либо имеют общего знакомого в группе.

Чтобы снизить шанс утечек, каждый участник знаком не более чем с тремя другими участниками. Какое наибольшее число людей может быть в группе при таких ограничениях?

Ответ: 10

Решение: Построим граф знакомств между n членами ОПГ: две вершины связаны ребром тогда и только тогда, когда соответствующие лица знакомы.

Предположим, что степень каждой вершины не превосходит 3. Тогда сумма всех степеней не превосходит $3n$, а общее число ребер не больше, чем $\frac{3n}{2}$.

Рассмотрим все 2-цепи (цепи длины 2) в этом графе. Каждая вершина является промежуточной не более чем в $C_3^2 = 3$ таких цепях. Таким образом, всего в графе 2-цепей не более чем $3n$.

Любые две вершины связаны ребром или 2-цепью. Поэтому имеющиеся ребра и 2-цепи связывают не более чем $\frac{3n}{2} + 3n = \frac{9n}{2}$ пар вершин. Общее же число пар вершин равно $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. Должно выполняться неравенство

$$\frac{n(n-1)}{2} \leq \frac{9n}{2}$$

откуда $n \leq 10$.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

8. 2024 - финальный этап - 4

Обозначим $f^{(n)}(x)$ результат n -кратного применения функции f к аргументу x . То есть

$$f^{(1)}(x) = f(x), \quad f^{(2)}(x) = f(f(x)), \quad f^{(3)}(x) = f(f(f(x))) \text{ и т.д.}$$

Найдите значение выражения $f^{(2024)}\left(\frac{1}{2025}\right)$, если $f(x) = \sqrt{2025 - x^2}$ при $0 \leq x \leq 45$.

Ответ: $\frac{1}{2025}$ (0,0005)

Решение: При всех допустимых x получаем:

$$f^{(2)}(x) = \sqrt{2025 - \sqrt{2025 - x^2}^2} = \sqrt{2025 - 2025 + x^2} = \sqrt{x^2} = |x| = x.$$

Значит, $f^{(n)}(x) = x$, если n четно. Число 2024 четное, а значит

$$f^{2024}\left(\frac{1}{2025}\right) = \frac{1}{2025}.$$

9. 2025 - финальный этап - 3в

До появления мессенджеров руководитель крупной законспирированной преступной сети, в которой, помимо него, было ещё 100 участников, искал способ как можно быстрее передавать указания всей группе по телефону.

Известно, что в течение одной минуты каждый участник может позвонить только одному человеку. Руководитель хочет выбрать самую быструю систему оповещения, но при этом сделать как можно меньше звонков лично.

Какое наименьшее число звонков придётся сделать руководителю при самой быстрой системе?

Ответ: 3

Решение: Пронумеруем всех участников ОПГ следующим образом: присвоим шефу номер 0, кому-то из бандитов дадим номер 1, двоим дадим номер 2, четверым — номер 3 и так далее. 32 каких-то бандита получат номер 6, так как $\frac{2^6}{2} = 2^5 = 32$. Останется $100 - (2^6 - 1) = 37$ преступников, которые получат номер 7.

Схема выглядит следующим образом:

- в первую минуту шеф звонит преступнику с номером 1;
- во вторую минуту шеф и бандит с номером 1 звонят преступникам, имеющим номер 2;
- в третью минуту все четверо звонят тем, у кого номер 3, и так далее;
- к началу последней, 7 минуты распоряжение шефа знают уже 64 человека, включая его самого. Из них 27 человек не звонят никому, а остальные звонят оставшимся 37 бандитам, у которых номер 7.

Рассмотрим все системы оповещения, в которых распоряжение шефа становится известно за 7 минут. Сделав первый звонок одному из своих приближённых, шеф запускает систему, в которой остаётся 6 минут. За это время, если шеф больше не звонит, информация становится известна не более чем 64 бандитам (не считая шефа). Значит, шефу придётся сделать второй звонок. После него останется 5 минут, и второй приближённый оповестит не более 32 членов ОПГ, включая себя. Третий звонок даст ещё не более 16 оповещённых бандитов.

$64 + 32 = 96 < 100$, поэтому двух звонков недостаточно. Если добавить ещё 16, то сумма уже будет больше чем 100. Значит, трёх звонков хватит, если каждый приближённый шефа будет действовать согласно быстрейшему алгоритму, и при этом множества бандитов, оповещённых разными приближёнными, не будут попарно пересекаться.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

10. 2025 - финальный этап - 5

Крупная торговая сеть продовольственных магазинов за свой счёт проводит внутренний аудит (независимую проверку) своих поставщиков с их согласия. В ходе аудита возможны три проверки.

- 1) Проверка количества жалоб и рекламаций со стороны покупателей на 100 единиц проданного товара.
- 2) Выборочная проверка условий производства и качества продукции.
- 3) Сплошная проверка производства и качества продукции.

Согласно регламенту, если жалоб на качество нет или очень мало, то проверка качества не производится. Если жалоб немного, то назначается выборочная проверка качества продукции. Если же число жалоб превышает некоторое пороговое значение, то это влечёт за собой сплошную проверку качества продукции и условий производства. Также выборочная проверка с вероятностью 0,6 может выявить

достаточно большое количество нарушений, что требует последующей сплошной проверки, а с вероятностью 0,4 сплошная проверка качества не назначается. Главный экономист сети утверждает, что если упразднить выборочную проверку, заменив её сплошной, то средняя стоимость аудита не изменится, а время аудита сократится. Экономист прав. Во сколько раз сплошная проверка обходится дороже выборочной?

Ответ: 2,5

Решение: Обозначим проверку количества жалоб, выборочную и сплошную проверки качества продукции буквами F , S и T соответственно. Стоимость каждой проверки для простоты обозначим той же буквой. Пусть проверка жалоб влечёт за собой выборочную с вероятностью α , а сплошную — с вероятностью γ .

Найдём среднюю стоимость аудита: $F + \alpha(S + 0,6T) + \gamma T$.

Найдём среднюю стоимость упрощённой схемы, где упразднена выборочная проверка: $F + (\alpha + \gamma)T$.

Эти величины по условию равны. Получаем:

$$\alpha S + 0,6\alpha T = \alpha T \rightarrow S + 0,6T = T \rightarrow S = 0,4T \rightarrow T = 2,5S$$

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

1. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, описанному в приведённой ситуации.

На сумму 450 тысяч рублей был арестован счёт компании «Золотой инвест». Следственные органы выявили, что компания привлекала граждан под обещание дивидендов в размере 25-30% годовых, однако реальных инвестиций не осуществляла. Доходы первых инвесторов выплачивались за счёт средств вновь привлекаемых участников. За прошедшие два года жертвами мошенничества стали свыше трех тысяч человек.

1. теневая экономика
2. финансовая пирамида
3. кредитное мошенничество
4. налоговое преступление
5. легализация преступных доходов

Ответ: 2

Пояснение: В ситуации описана схема, когда доходы выплачиваются за счёт средств новых вкладчиков, а реальных инвестиций нет. Это классический признак финансовой пирамиды.

2. Выберите признаки, характерные для людей, пострадавших от явления, описанного в Задании 1.

1. активный поиск способов заработка капитала
2. недостаточное критическое отношение к финансовым предложениям
3. высокий уровень финансовой грамотности
4. стремление получить доход без риска
5. навыки анализа финансовых отчётов
6. доверие к неофициальным источникам информации о вложениях

Ответ: 1, 2, 4, 6

Пояснение:

- 1: Активный поиск способов заработка характерен для жертв, ищущих быструю прибыль
 - 2: Недостаточная критичность к предложениям делает людей уязвимыми.
 - 4: Стремление получить доход без риска часто ведёт к участию в пирамидах.
 - 6: Доверие к неофициальным источникам информации способствует вовлечению в мошеннические схемы.
- 3 и 5 — нехарактерны для людей, участвующих в финансовых пирамидах

3. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, описанному в приведённой ситуации.

Гражданин Петров заметил, что его платёжная карта была скомпрометирована. Неизвестные лица провели четыре платежа на сумму 15 тысяч рублей каждый в онлайн-магазине электроники за пределами РФ. Выяснилось, что данные карты были украдены в результате фишинга – отправки поддельного SMS якобы от банка с просьбой подтвердить платёж.

1. мошенничество с использованием электронных средств платежа
2. тайное хищение
3. легализация доходов, полученных преступным путём
4. коммерческий подкуп
5. теневая экономика
6. вымогательство

Ответ: 1

Пояснение: Ситуация описывает несанкционированное использование платёжной карты через фишинг — это форма мошенничества с электронными средствами платежа.

Статья 159.3. УК РФ устанавливает суровую ответственность за преступления с использованием электронных средств платежа. Возраст ответственности наступает с 16 лет. Санкции: Лишение свободы на срок до 3 лет, штраф в размере до 120 тысяч рублей.

4. Выберите номера изображений, которыми можно проиллюстрировать явление из Задания 3.



Ответ: Б, В, Е

Пояснение: Б: Скимминг — способ кражи данных карт.

В: Фишинговые сайты — метод обмана для получения данных.

Е: Изображение, связанное с кибербезопасностью, иллюстрирует подмену номера мошенниками.

А, Г, Д – не иллюстрируют нелегальные действия

5. Укажите все виды ответственности, которые грозят за совершение деяния, описанного в приведённой ниже ситуации.

Сидоров создал поддельный сайт интернет-магазина, который полностью имитировал дизайн известного торгового портала. Через этот сайт он собрал деньги от 287 покупателей в размере 2,8 млн рублей. Товары отправлены не были. Сидоров был задержан сотрудниками правоохранительных органов.

1. уголовная
2. административная
3. дисциплинарная
4. гражданско-правовая
5. конституционная
6. материальная

Ответ: 1, 4

Пояснение: Создание поддельного сайта и хищение денег — уголовное преступление. Также пострадавшие могут взыскать ущерб в гражданском порядке.

Описанные в ситуации действия соответствуют составу ч. 4. ст. 159 «Мошенничество», совершенное в особо крупном размере. Возраст ответственности наступает с 16 лет. Санкции: Лишение свободы на срок до 10 лет, штраф в размере до 1 млн рублей.

6. Укажите виды формальных санкций, которые наступают за совершение преступления в сфере неправомерных операций с использованием электронных средств платежа.

1. штраф в размере до 500 тысяч рублей
2. лишение свободы сроком до 10 лет
3. исправительные работы
4. пожизненное лишение свободы
5. конфискация имущества
6. административный штраф в размере до 5 тысяч рублей

Ответ: 1, 2, 3, 5

Пояснение: Статья 187 УК РФ устанавливает суровую ответственность за преступления в сфере платежей. За подделку, хранение или сбыт фальшивых банковских карт, реквизитов, а также создание или использование "скиммеров" и вредоносных программ для кражи денег можно получить до 6 лет лишения свободы плюс штраф от 100 до 300 тысяч рублей. Если это делала организованная группа, срок лишения свободы возрастает до 7 лет, а штраф — до 1 миллиона рублей.

7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, проиллюстрированному представленным ниже изображением.



1. официальная занятость
2. теневая экономика
3. финансовая пирамида
4. банковское кредитование
5. государственная поддержка населения
6. легальный венчурный бизнес

Ответ: 2

Пояснение: Изображение иллюстрирует неучтённую экономическую деятельность, скрытую от государства, что относится к теневой экономике.

8. Выберите примеры экономических и социальных последствий явления из Задания 7.

1. сокращение налоговых поступлений в бюджет государства
2. скрытая безработица и статистическое занижение её уровня
3. развитие коррупции и криминализация экономики
4. повышение прозрачности финансовых потоков
5. увеличение государственного долга
6. рост формальной занятости

Ответ: 1, 2, 3, 5

Пояснение: 1: Сокращение налоговых поступлений является последствием развития теневой экономики.

2: Скрытая безработица является последствием развития теневой экономики.

3: Развитие коррупции является последствием развития теневой экономики.

5: Искажение макропоказателей и как следствие необходимость государства в заимствованиях является последствием развития теневой экономики.

4 и 6 — неверные варианты ответа, т.к. иллюстрируют последствия развития легальной экономики.

9. Выберите примеры данных, которые российское законодательство относит к персональной информации.

1. номер банковского счёта
2. дата экспирации платёжной карты
3. PIN-код кредитной карты
4. мобильный телефон владельца счёта
5. бизнес-статус в социальных сетях
6. история платежей и переводов

Ответ: 1, 2, 3, 6

Пояснение: Номер счёта, данные карты, PIN-код и история платежей относятся к персональным данным согласно закону (Глава 2. Федеральный закон от 27.07.2006 №152-ФЗ «О персональных данных»).

10. Выберите из предложенных мер только те, которые необходимо включить в рекомендации по защите от финансового мошенничества и неправомерного использования электронных средств платежа.

1. Не переводите деньги на счета по требованию в мессенджерах, даже если сообщение от якобы знакомого человека.
2. Используйте для всех учётных записей один простой пароль, чтобы легче было его запомнить.
3. Немедленно сообщите в банк, если заметили незнакомые платежи в выписке.
4. Всегда нажимайте на ссылки в SMS-сообщениях, чтобы подтвердить учётные данные.
5. Активируйте двухфакторную аутентификацию для банковских приложений.
6. Устанавливайте банковские приложения исключительно из проверенных официальных источников.

Ответ: 1, 3, 5, 6

Пояснение: Эти меры направлены на защиту от мошенничества: блокировка подозрительных переводов, уведомление банка, двухфакторная аутентификация и установка приложений из официальных источников.

1. 2024 - 1 тур отборочного этапа - 2

При проверке финансовой устойчивости компании выяснилось, что в феврале доход от одного направления деятельности был в 2 раза ниже, чем от другого. В марте доход от менее прибыльного направления увеличился в 2 раза, но при этом общий доход компании не изменился.

На сколько процентов уменьшились доходы изначально более прибыльного направления? Ответ дайте в процентах.

Ответ: 50

Решение: Пусть в феврале доход от первого направления составил x рублей, тогда доход от второго направления — $2x$. В марте доход от первого направления стал составлять $2x$ рублей, следовательно, поскольку совокупный доход не изменился, доход от второго направления составил $2x - (2x - x) = 2x - x = x$, то есть упал в 2 раза (на 50%) относительно февраля.

Литература: А.В.Деревянкин. Пять тем из школьной алгебры. Теория и задачи. — М.:МЦНМО, 2015.

2. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 4

В рамках финансовой экспертизы рассматривается следующая ситуация. Лицо привлекло заёмные средства в размере 800 тыс. рублей под 5% годовых сроком на один год с погашением всей суммы и процентов в конце срока.

Полученные средства размещаются на банковском вкладе с ежемесячной капитализацией процентов и номинальной годовой ставкой $s\%$. По расчётам клиента, итоговая сумма на счёте через год должна быть не меньше 160 тыс. рублей.

Какова минимальная номинальная годовая ставка s , необходимая для выполнения этого условия? Ответ укажите в процентах, округлив до сотых.

Ответ: 22,53

Решение: При ставке 5% годовых к концу года нужно будет вернуть $800 \cdot 1,05 = 840$ тысяч рублей. Чтобы после этого на счёту осталось не менее 160 тысяч рублей, сумма на вкладе через год должна составить не менее 1 миллиона рублей.

Если положить на вклад 800 тысяч рублей по ставке $s\%$ годовых с ежемесячной капитализацией процентов, то через год на вкладе будет $800 \cdot \left(1 + \frac{s}{1200}\right)^{12}$ тысяч рублей. Получаем неравенство:

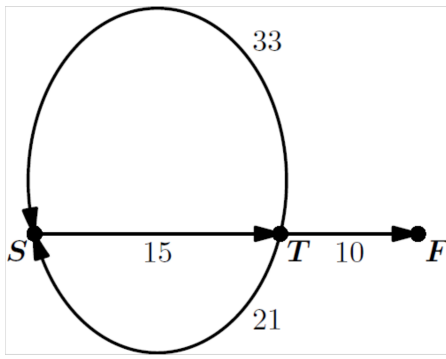
$$800 \cdot \left(1 + \frac{s}{1200}\right)^{12} \geq 1000, \text{ откуда } s = 22,523\dots$$

Необходимо округление вверх, поскольку нас интересует минимальная ставка, при которой цель окажется достигнутой. При ставке 22,52% годовых к концу года сумма на счёте составит 159 тысяч 969 рублей 39 копеек. Таким образом, минимальная номинальная процентная ставка составляет 22,53%.

Литература: А.В.Деревянкин. Пять тем из школьной алгебры. Теория и задачи. — М.:МЦНМО, 2015.

3. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 5

В закрытой корпоративной ИТ-системе документ был сформирован в узле S . Для его утверждения требуется получить несколько электронных подписей сотрудников, находящихся в узлах S и T , причём последовательность подписей фиксирована регламентом.



Передача документа между узлами происходит по заданным направлениям, а время каждой передачи указано на схеме (в секундах). Более быстрый канал передачи данных из узла T в узел S является платным, и его использование обходится в 200 рублей за каждую передачу. После завершения согласования документ должен оказаться в узле F . Общая длительность процесса составила 7 минут 49 секунд.

Определите минимально возможные затраты на платные передачи. Ответ дайте в рублях.

Ответ: 600

Решение: Если по верхнему каналу было проведено x передач, а по нижнему — y передач, то получаем уравнение

$$33x + 21y + 15(x + y + 1) + 10 = 7 \cdot 60 + 49,$$

откуда $4x = 37 - 3y$.

Нужно найти минимальное возможное натуральное y . Перебором находим наименьшее натуральное $y = 3$, при котором правая часть делится на 4: $4x = 37 - 9 = 28$. Значит, затраты составляют $3 \cdot 200 = 600$ рублей.

Литература: П.В.Чулков. Арифметические задачи. — М.: МЦНМО, 2024.

4. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 4

В ходе внутреннего расследования установлено, что генеральный директор компании «Скаляр» договорился с поставщиком «Вектор» о закупке оборудования по завышенной цене. По условиям неформального соглашения при покупке каждого трёх компьютеров генеральный директор получает откат (незаконное вознаграждение) наличными в сумме, равной стоимости одного компьютера.

Изначально в бюджете компании заложена сумма, достаточная для закупки 40 компьютеров по завышенной цене. Однако генеральный директор не присваивает средства, полученные в виде отката, а использует на нужды компании и продолжает закупать компьютеры у того же поставщика.

Какое максимальное количество компьютеров может быть приобретено в рамках такой схемы?

Ответ: 59

Решение: Возврата от закупки 40 компьютеров хватит на закупку еще 13 компьютеров, плюс останется еще треть суммы, необходимой для закупки еще одного компьютера. Возврат от закупки 13 компьютеров позволит купить еще 4 компьютера, плюс останется еще треть суммы, необходимой для закупки еще одного компьютера. Возврата от 4 компьютеров хватит, чтобы закупить еще один компьютер, плюс останется еще треть суммы, необходимой для закупки еще одного компьютера. Трех остатков хватит, чтобы купить еще один компьютер. Таким образом, всего получится купить $40 + 13 + 4 + 1 + 1 = 59$ компьютеров.

Литература: П.В.Чулков. Арифметические задачи. — М.: МЦНМО, 2024.

5. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 5

Служба финансовой безопасности сравнивает два договора аутсорсинга критической ИТ-функции:

- по первому договору компания платит 70 000 руб. в год, но при серьёзном сбое дополнительно несёт расходы 30 000 руб.;
- по второму договору компания платит 85 000 руб. в год, и все последствия серьёзного сбоя полностью компенсируются подрядчиком.

Считается, что в течение года может произойти не более одного серьёзного сбоя, а вероятность такого сбоя равна p .

Найдите максимальную вероятность p , при которой первый договор остаётся более выгодным по ожидаемым затратам.

Ответ: 0,5

Решение: Пусть p — вероятность серьёзного сбоя. Соответственно, математическое ожидание расходов по первому договору в таком случае составит $70000 + p \cdot 30000$ рублей. Предложение по первому договору будет выгоднее при $p \leq 0,5$.

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

6. 2025 - 2 тур отборочного этапа - 2

В системе мониторинга транзакций рассматривается непрерывный диапазон идентификаторов операций — это n идущих подряд натуральных чисел. Для независимой проверки комплаенс-офицер случайно выбирает 15 разных идентификаторов из этого диапазона одновременно.

Заранее известно, что особый интерес представляют идентификаторы 175, 190 и 2025. При каком n вероятность того, что все три идентификатора попадут в выборку из 15, будет максимальной?

Ответ: 1851

Решение: При каждом n вероятность получения набора, в котором есть номера 175, 190 и 2025 и ещё 12 каких-то номеров, равна

$$\frac{C_{n-3}^{12}}{C_n^{15}} = \frac{(n-3)!15!(n-15)!}{12!(n-15)!n!} = \frac{2730}{n(n-1)(n-2)}.$$

Эта последовательность убывает с ростом n . Поэтому n должно быть наименьшим возможным. Чтобы n было наименьшим, отрезок должен состоять из чисел от 175 до 2025, то есть в нём должно быть 1851 число.

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

7. 2024 - финальный этап - 3б

В учебном кейсе по финансовой безопасности рассматривается закрытая группа, где любые два члена либо знакомы, либо имеют общего знакомого в группе.

Чтобы снизить шанс утечек, каждый участник знаком не более чем с десятью другими участниками. Какое наибольшее число людей может быть в группе при таких ограничениях?

Ответ: 101

Решение: Построим граф знакомств между n членами ОПГ: две вершины связаны ребром тогда и только тогда, когда соответствующие лица знакомы.

Предположим, что степень каждой вершины не превосходит 10. Тогда сумма всех степеней не превосходит $10n$, а общее число ребер не больше, чем $\frac{10n}{2}$.

Рассмотрим все 2-цепи (цепи длины 2) в этом графе. Каждая вершина является промежуточной не более чем в $C_{10}^2 = 45$ таких цепях. Таким образом, всего в графе 2-цепей не более чем $45n$.

Любые две вершины связаны ребром или 2-цепью. Поэтому имеющиеся ребра и 2-цепи связывают не более чем $\frac{10n}{2} + 45n = 50n$ пар вершин. Общее же число пар вершин равно $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. Должно выполняться неравенство

$$\frac{n(n-1)}{2} \leq 50n$$

откуда $n \leq 101$.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

8. 2024 - финальный этап - 4

Обозначим $f^{(n)}(x)$ результат n -кратного применения функции f к аргументу x . То есть

$$f^{(1)}(x) = f(x), \quad f^{(2)}(x) = f(f(x)), \quad f^{(3)}(x) = f(f(f(x))) \text{ и т.д.}$$

Найдите значение выражения $f^{(2025)}(12)$, если $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{2025 - 9x^2}$ при $0 \leq x \leq 15$.

Ответ: 9

Решение: При всех допустимых x получаем:

$$f^{(2)}(x) = \frac{1}{3}\sqrt{2025 - 9 \cdot \frac{1}{9}\sqrt{2025 - 9x^2}^2} = \frac{1}{3}\sqrt{2025 - 2025 + 9x^2} = \frac{1}{3}\sqrt{9x^2} = |x| = x.$$

Значит, $f^{(n)}(x) = x$, если n чётно, и $f^{(n)}(x) = f(x)$, если n нечётно. Число 2025 нечётное, а значит

$$f^{2025}(12) = \frac{1}{3}\sqrt{2025 - 9 \cdot 144} = \sqrt{225 - 144} = 9.$$

9. 2025 - финальный этап - 3в

До появления мессенджеров руководитель крупной законспирированной преступной сети, в которой помимо него было ещё 1000 участников, искал способ как можно быстрее передавать указания всей группе по телефону.

Известно, что в течение одной минуты каждый участник может позвонить только одному человеку. Руководитель хочет выбрать самую быструю систему оповещения, но при этом сделать как можно меньше звонков лично.

Какое наименьшее число звонков придётся сделать руководителю при самой быстрой системе?

Ответ: 6

Решение: Пронумеруем всех участников ОПГ следующим образом: присвоим шефу номер 0, кому-то из бандитов дадим номер 1, двоим дадим номер 2, четверым — номер 3 и так далее. 256 каких-то бандита получают номер 9, так как $\frac{2^9}{2} = 2^8 = 256$. Останется $1000 - (2^9 - 1) = 489$ преступников, которые получают номер 10.

Схема выглядит следующим образом:

- в первую минуту шеф звонит преступнику с номером 1;
- во вторую минуту шеф и бандит с номером 1 звонят преступникам, имеющим номер 2;
- в третью минуту все четверо звонят тем, у кого номер 3, и так далее;
- к началу последней, 10 минуты распоряжение шефа знают уже 512 человека, включая его самого. Из них 23 человек не звонят никому, а остальные звонят оставшимся 489 бандитам, у которых номер 10.

Рассмотрим все системы оповещения, в которых распоряжение шефа становится известно за 10 минут. Сделав первый звонок одному из своих приближённых, шеф запускает систему, в которой остаётся 9 минут. За это время, если шеф больше не звонит, информация становится известна не более

чем 512 бандитам (не считая шефа). Значит, шефу придётся сделать второй звонок. После него останется 9 минут, и второй приближённый оповестит не более 256 членов ОПГ, включая себя. Третий звонок даст ещё не более 128 оповещённых бандитов, а звонок с номером k даёт не более чем 2^{10-k} новых оповещений.

$512 + 256 + 128 + 64 + 32 = 992 < 1000$, поэтому пяти звонков недостаточно. Если добавить ещё 16, то сумма уже будет больше чем 1000. Значит, шести звонков хватит, если каждый приближённый шефа будет действовать согласно наиболее быстрому алгоритму, и при этом множества бандитов, оповещённых разными приближёнными, не будут попарно пересекаться.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

10. 2025 - финальный этап - 5

Крупная торговая сеть продовольственных магазинов за свой счёт проводит внутренний аудит (независимую проверку) своих поставщиков с их согласия. В ходе аудита возможны три проверки.

- 1) Проверка количества жалоб и рекламаций со стороны покупателей на 100 единиц проданного товара.
- 2) Выборочная проверка условий производства и качества продукции.
- 3) Сплошная проверка производства и качества продукции, которая обходится в три раза дороже выборочной.

Согласно регламенту, если жалоб на качество нет или очень мало, то проверка качества не производится. Если жалоб немного, то назначается выборочная проверка качества продукции. Если же число жалоб превышает некоторое пороговое значение, то это влечёт за собой сплошную проверку качества продукции и условий производства, вероятность этого равна 0,25. Также выборочная проверка с вероятностью β может выявить достаточно большое количество нарушений, что требует последующей сплошной проверки, а с вероятностью $1 - \beta$ сплошная проверка качества не назначается. Главный экономист сети утверждает, что если упразднить выборочную проверку, заменив её сплошной, то средняя стоимость аудита не изменится, а время аудита сократится. Экономист прав. Найдите вероятность β . При необходимости округлите ответ до сотых.

Ответ: $\frac{2}{3}$ (0,67)

Решение: Обозначим проверку количества жалоб, выборочную и сплошную проверки качества продукции буквами F , S и T соответственно. Стоимость каждой проверки для простоты обозначим той же буквой. Пусть проверка жалоб влечёт за собой выборочную с вероятностью α , а сплошную — с вероятностью 0,25 (по условию).

Найдём среднюю стоимость аудита: $F + \alpha(S + \beta T) + 0,25T$.

Найдём среднюю стоимость упрощённой схемы, где упразднена выборочная проверка: $F + (\alpha + 0,25)T$.

Эти величины по условию равны. Получаем, учитывая, что $T = 3S$:

$$\alpha S + \beta \alpha T = \alpha T \rightarrow S + \beta T = T \rightarrow S = (1 - \beta)T = \frac{1}{3}T \rightarrow \beta = \frac{2}{3}$$

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

1. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, описанному в приведённой ниже ситуации.

Гражданин Сидоров зарегистрировал ИП для оказания услуг по ремонту квартир. Однако в течение двух лет он не подавал никаких налоговых деклараций, несмотря на получение более 2 млн рублей от клиентов. Выяснилось, что эта деятельность полностью скрывалась от налоговых органов. При проверке были найдены квитанции и переводы, но в бухгалтерской отчётности они не отражались.

1. теневая экономика
2. финансовая пирамида
3. легализация доходов
4. мошенничество
5. хищение в особо крупном размере

Ответ: 1

Пояснение: Ситуация описывает скрытую экономическую деятельность без уплаты налогов — признак теневой экономики.

2. Выберите признаки, которые характеризуют явление из Задания 1.

1. Деятельность предприятий и частных лиц осуществляется скрытно, без регистрации и легализации.
2. Для всех участников обязательным условием является официальная регистрация.
3. Работники часто не получают официальной заработной платы и не имеют социальной защиты.
4. Продукция и услуги компаний проходят обязательную сертификацию и контроль качества.
5. Все сделки проходят регистрацию и находятся под контролем со стороны государства.
6. Предприятия искусственно занижают себестоимость продукции.

Ответ: 1, 3, 6

Пояснение:

1: Скрытая деятельность.

3: Отсутствие соцзащиты.

6: Искусственное занижение себестоимости.

2,4,5 — характерны для предприятий в легальном секторе экономики

3. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, описанному в приведённой ниже ситуации.

Три студента создали мобильное приложение для онлайн-казино, которое позволяло игрокам использовать криптовалюту для ставок. Приложение содержало уязвимость в системе безопасности, и при каждом платеже 2-3% суммы автоматически перенаправлялось на скрытый счёт студентов. За полгода они смогли таким образом присвоить 180 тысяч рублей. При этом компания-разработчик платформы о данной деятельности разработчиков не знала.

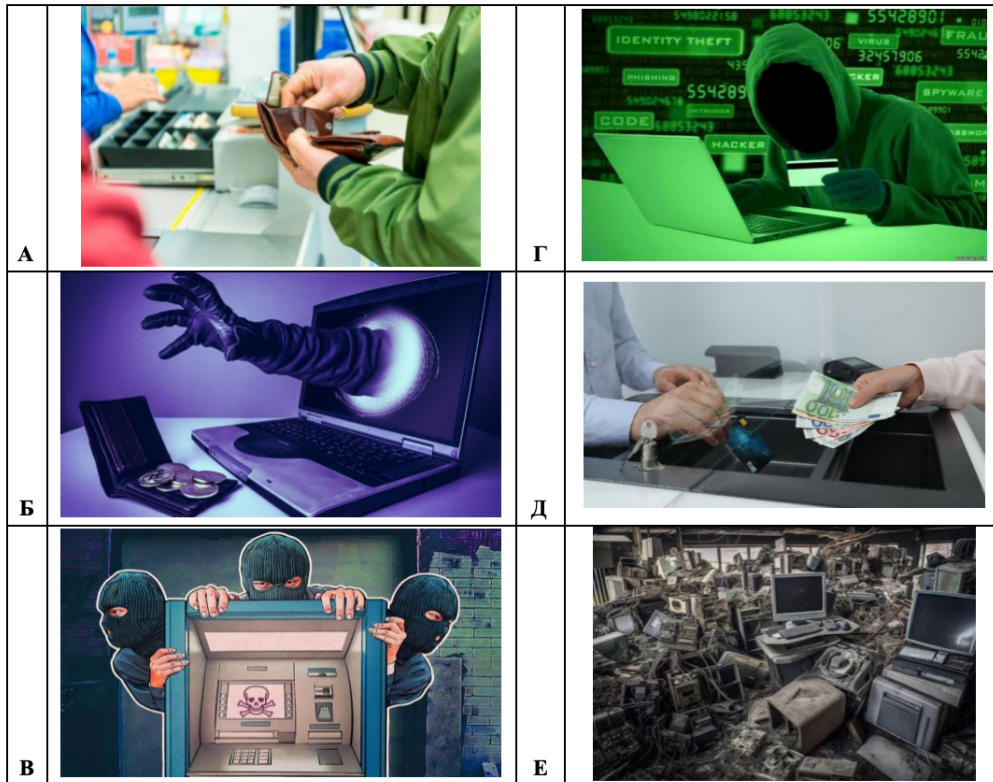
1. кража в крупном размере
2. мошенничество с использованием электронных средств платежа
3. компьютерное преступление (несанкционированный доступ)
4. финансовое растрачивание средств компании
5. все вышеуказанные явления одновременно

Ответ: 5

Пояснение: Ситуация иллюстрирует кражу, мошенничество с электронными платежами и несанкционированный доступ к данным.

Статья 159.3. УК РФ устанавливает суровую ответственность за преступления с использованием электронных средств платежа, совершенные группой лиц по предварительному сговору. Возраст ответственности наступает с 16 лет. Санкции: Лишение свободы на срок до 5 лет, штраф в размере до 300 тысяч рублей.

4. Выберите номера изображений, иллюстрирующих кибермошенничество и взлом банковских систем.



Ответ: Б, В, Г

Пояснение: Изображения иллюстрируют взлом, кибермошенничество и несанкционированный доступ к банковским системам.

А, Д, Е – не иллюстрируют нелегальные явления

5. Укажите виды юридической ответственности, которые грозят за совершение мошенничества с использованием электронных средств платежа в особо крупном размере (свыше 250 тысяч рублей).

1. штраф до 200 тысяч рублей

2. лишение свободы от 3 до 10 лет
3. принудительные работы на срок до 5 лет
4. ограничение свободы на 2 года
5. конфискация имущества, используемого при совершении преступления
6. публичное осуждение через средства массовой информации

Ответ: 2, 5

Пояснение: Статья 187 УК РФ устанавливает суровую ответственность за преступления в сфере платежей. За подделку, хранение или сбыт фальшивых банковских карт, реквизитов, а также создание или использование "скиммеров" и вредоносных программ для кражи денег можно получить до 6 лет лишения свободы плюс штраф от 100 до 300 тысяч рублей. Статьей 159.3. устанавливается еще более суровое наказание: штраф до 500 тысяч рублей и лишение свободы до 10 лет. Также может быть принято постановление о конфискации имущества, полученного преступным путём. Это не основное наказание, а иная мера уголовно-правового характера. (Статья 104.1 УК РФ «Конфискация имущества»). Государство изымает в доход государства: деньги, активы, ценности, напрямую полученные от преступления, а также любое имущество, в которое они были переведены или преобразованы (например, купленные на украденные деньги квартиры, машины, криптовалюта). Это ключевой инструмент для лишения преступников финансовой выгоды. Мера применяется независимо от возраста осуждённого, если он признан виновным.

6. Выберите утверждения, которые правильно раскрывают взаимосвязь между теневой экономикой и коррупцией.

1. Теневая экономика может существовать независимо от коррупции через натуральный обмен товарами
2. Коррупция должностных лиц часто необходима для защиты теневого бизнеса от контроля органов власти
3. Все участники теневой экономики обязательно дают взятки чиновникам
4. Расширение теневой экономики ведёт к потребности в коррупции для её легализации и защиты
5. Теневая экономика полностью исключает возможность коррупции
6. Связь между коррупцией и теневой экономикой приводит к криминализации экономики

Ответ: 2, 4, 6

Пояснение: Коррупция часто защищает теневой бизнес, а их связь ведёт к криминализации экономики.

7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, проиллюстрированному представленным ниже изображением.



1. официальная занятость
2. теневая экономика
3. финансовая пирамида
4. банковское кредитование
5. государственная поддержка населения
6. легальный венчурный бизнес

Ответ: 3

Пояснение: Изображение иллюстрирует схему, где доходы выплачиваются за счёт новых участников — финансовую пирамиду.

8. Выберите последствия расширения теневой экономики для экономического положения государства.

1. Рост безработицы в официальном секторе экономики
2. Сокращение налоговых поступлений и снижение финансирования социальных программ
3. Увеличение спроса на высокооплачиваемые рабочие места в официальном секторе
4. Усиление проинфляционных процессов за счёт неконтролируемого денежного предложения
5. Искажение макроэкономических показателей ВВП и уровня занятости
6. Автоматический рост уровня жизни населения

Ответ: 1, 2, 4, 5

Пояснение: Теневая экономика снижает налоги, искажает статистику, усиливает инфляцию и увеличивает безработицу в официальном секторе.

3, 6 – характерны для последствий развития легального сектора экономики

9. Выберите из предложенных ниже ситуаций те, которые описывают дропперство как форму участия в финансовых мошеннических схемах.

1. Человек за вознаграждение передаёт незнакомцам свои банковские карты и доступ в интернет-банк, зная, что через них будут проходить «какие-то переводы», но не интересуется их происхождением.

2. Студент соглашается открыть несколько счетов в разных банках «для работы в интернет-магазине», а затем по указанию третьих лиц получает на них деньги и тут же переводит их дальше или обналичивает, получая процент от суммы.
3. Сотрудник компании получает премию на карту, снимает её в банкомате и передаёт своему начальству для выплаты зарплаты лицам, которые официально не трудоустроены.
4. Пенсионеры предлагают «подработку»: получать на свою карту деньги и пересылать их по реквизитам, которые присылают в мессенджере; за каждую операцию обещают фиксированное вознаграждение.
5. Клиент банка оформляет кредит на себя и использует полученные средства для закупки оборудования для своих трёх фирм.
6. Молодой человек покупает несколько банковских карт на подставных лиц и передаёт их организаторам схем, которые обещают «безопасный заработок на переводах».

Ответ: 1, 2, 4, 6

Пояснение: Дропперство включает передачу карт, открытие счетов для переводов и получение денег за операции без проверки их происхождения.

Осуществление неправомерной операции с использованием электронного средства платежа, совершенное лицом, наказывается принудительными работами на срок до 5 лет со штрафом в размере от 300 тысяч до 1 миллиона рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период от 1 года до 3 лет либо без такового либо лишением свободы на срок до 6 лет со штрафом в размере от 300 тысяч до 1 миллиона рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период от 1 года до 3 лет либо без такового и с ограничением свободы на срок до 2 лет либо без такового. Возраст ответственности наступает с 16 лет.

10. Выберите из предложенных мер безопасности только те, которые эффективно защищают от финансового мошенничества и компьютерных преступлений в сфере электронных платежей.

1. Используйте уникальные сложные пароли для каждой финансовой платформы с чередованием букв, цифр и символов.
2. Не открывайте подозрительные e-mail-письма и не переходите по ссылкам в них, даже если они якобы от банка.
3. Совершайте платежи только через защищённые соединения.
4. Регулярно проверяйте выписки по карте и подписывайте себя на уведомления обо всех операциях.
5. Установите лицензированное антивирусное программное обеспечение и регулярно обновляйте операционную систему.
6. Используйте публичные Wi-Fi сети в торговых центрах для экономии мобильного интернета.

Ответ: 1, 2, 3, 4, 5

Пояснение: Эти меры обеспечивают базовую защиту: сложные пароли, осторожность с письмами, безопасные соединения, мониторинг счетов и антивирусная защита.

6 — использование публичных Wi-Fi сетей является небезопасным действием.

1. 2024 - 1 тур отборочного этапа - 4

При внутреннем аудите оценивали влияние текучести кадров на структуру компании. До изменений в штате компания насчитывала менее 70 сотрудников, причём 56% работников были задействованы в стратегически важном подразделении.

После того как пять человек покинули компанию, доля сотрудников этого подразделения составила ровно половину от всех сотрудников компании.

Каково было исходное количество сотрудников в компании?

Ответ: 25

Решение: Пусть в компании работает x сотрудников. Тогда $0,56x$ — целое число, то есть $\frac{56x}{100} = \frac{14x}{25}$ — целое число. Отсюда x делится на 25, то есть x может равняться или 25, или 50.

Если $x = 25$, то тогда в подразделении работало 14 сотрудников. После ухода пяти сотрудников в компании осталось работать 20 человек, из которых 10 — в стратегически важном подразделении. Если $x = 50$, то такой ситуации возникнуть не может. Действительно, после ухода пяти сотрудников количество оставшихся сотрудников должно быть четным, но $50 - 5 = 45$, и это число нечетное. Следовательно, в компании изначально работало 25 сотрудников.

Литература: А.В.Деревянкин. Пять тем из школьной алгебры. Теория и задачи. — М.: МЦНМО, 2015.

2. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 2

Служба финансовой безопасности проверяет систему мониторинга, настроенную на выявление дропперских операций. По результатам наблюдений установлено, что алгоритм:

- обнаруживает и блокирует в среднем 96% операций, связанных с дропперством;
- при этом ошибочно блокирует около 1% обычных, легальных операций.

Из общего числа операций, проходящих через систему, алгоритм блокирует 1,19%.

Найдите долю дропперских операций среди всех операций, проходящих через банк.

Ответ: 0,002

Решение: Событие A состоит в том, что случайно выбранный перевод связан с дропперством, а событие B — в том, что случайно выбранный перевод блокируется программой. Нам известны следующие вероятности: $P(B|A) = 0,96$ и $P(B|\bar{A}) = 0,01$. Также известно, что $P(B) = 0,0119$. Пусть $P(A) = p$. Тогда по формуле полной вероятности

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})$$

Подставив известные значения, получим уравнение $0,96 \cdot p + 0,01 \cdot (1 - p) = 0,0119$, откуда $p = 0,002$.

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

3. 2025 - 1 тур отборочного этапа - 4

При настройке порога в системе мониторинга рисков рассматриваются 25 различных натуральных параметров a_1, a_2, \dots, a_{25} , упорядоченных по возрастанию. Для выбранного порога x и каждого параметра a_k рассчитывают абсолютные отклонения c_k : $c_k = |a_k - x|$, а затем величину $f(x)$ — среднее арифметическое всех этих отклонений.

Известно, что при $x = 2024$ и при $x = 2026$ получаются одинаковые значения: $f(2024) = f(2026) = 10$. Найдите $f(2025)$.

Ответ: 9,96

Решение: Графиком функции является линия, составленная из отрезков прямых, причём при $x < a_1$ угловой коэффициент прямой равен $d_0 = -1$, при $a_1 \leq x < a_2$ угловой коэффициент равен $d_1 = -1 + \frac{2}{25}$ и так далее: при $a_k \leq x < a_{k+1}$ угловой коэффициент равен $d_k = -1 + 0,08k$. Поэтому наименьшее значение функция $f(x)$ принимает, если x равен медиане массива, то есть a_{13} . Любое значение, которое больше чем $f(a_{13})$, функция принимает ровно два раза — слева и справа от медианы. Значит, $2024 < a_{13} < 2026$, откуда $a_{13} = 2025$, и $f(2025) = f(a_{13}) = f(2024) + d_{12} = 10 + (-1 + 12 \cdot 0,08) = 9,96$.

4. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 2

В рамках расследования подозрительной активности аудитору дали список из 20 клиентов, между которыми выполнялись переводы. По данным системы выявлено: каждый клиент связан переводами только с четырьмя другими клиентами из списка.

Определите, сколько всего переводов (транзакций) между этими клиентами нужно проверить в рамках расследования.

Ответ: 40

Решение: Посчитаем сумму всех исходящих и входящих транзакций клиентов, получим $20 \cdot 4 = 80$ транзакций. Каждую транзакцию мы при этом посчитали два раза (один раз как исходящую, другой раз как входящую). Соответственно, всего надо проверить $80 : 2 = 40$ транзакций.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

5. 2024 - 2 тур отборочного этапа - 4

Служба финансовой безопасности выявила подозрительную схему использования кэшбек-программы банка. Установлено, что в некотором интернет-магазине, участвующем в программе, возврата средств от покупки трёх одинаковых товаров достаточно для оплаты ещё одного такого товара.

Изначально один из клиентов банка располагал суммой, позволяющей приобрести 131 такой товар. Все средства, полученные в качестве кэшбека, данный клиент использовал для дальнейшей покупки этих же товаров.

Сколько всего товаров могло быть приобретено этим клиентом в рамках такой подозрительной активности?

Ответ: 196

Решение: Кэшбека от покупки 131 товара хватит, чтобы купить ещё 43 таких же товара, плюс в качестве кэшбека останется две трети суммы, необходимой для покупки ещё одного товара. Кэшбек от покупки 43 товаров позволит купить ещё 14 товаров, а также останется треть суммы, необходимой для покупки ещё одного товара. Два получившихся остатка позволят купить ещё один товар. За покупку $14 + 1 = 15$ товаров будет начислен кэшбек, который позволит купить ещё 5 товаров. Кэшбек от них позволит купить ещё один товар, а также останется две трети суммы, необходимой для покупки ещё одного товара. От покупки последнего товара будет получена недостающая треть суммы, необходимой для покупки ещё одного товара. Итого получаем $131 + 43 + 15 + 5 + 1 + 1 = 196$ товаров.

Литература: П.В.Чулков. Арифметические задачи. — М.: МЦНМО, 2024.

6. 2025 - 2 тур отборочного этапа - 1

Антифрод-система выдала 35 неотрицательных значений скоринга по группе подозрительных операций. По отчёту: среднее арифметическое этих значений равно 3, а медиана равна 1.

Определите, какое наибольшее значение может принимать сумма квадратов всех 35 значений.

Ответ: 7761

Решение: Лемма. Пусть $0 < \varepsilon < a < b$. Тогда $(a + b)^2 \leq (a - \varepsilon)^2 + (b + \varepsilon)^2$, причём равенство возможно, только если $\varepsilon = 0$. Доказательство проводится прямой выкладкой:

$$a^2 + b^2 \leq a^2 + b^2 + 2\varepsilon^2 + 2(b - a)\varepsilon = (a - \varepsilon)^2 + (b + \varepsilon)^2.$$

Лемма доказана.

Перейдём к решению задачи. Рассмотрим набор $\{x_1, \dots, x_{17}, 1, y_{19}, \dots, y_{35}\}$, считая числа упорядоченными: $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{17} \leq 1 \leq y_{19} \leq \dots \leq y_{35}$. Сумма чисел равна 105.

Все числа x заменим нулями, а последнее число изменим так, чтобы сумма чисел 105 сохранилась. Получим набор $\{0, \dots, 0, 1, y_{19}, \dots, y_{34}, y_{35} + x_1 + x_2 + \dots + x_{17}\}$.

В силу леммы сумма квадратов чисел в новом наборе не меньше, чем была, а медиана и среднее арифметическое прежние. Значит, в искомом наборе $x_1 = x_2 = \dots = x_{17} = 0$.

Все числа y_{19}, \dots, y_{34} заменим единицами, а последнее число изменим так, чтобы сумма чисел 105 сохранилась, то есть теперь оно станет равно 88. Получим набор

$$\{0, \dots, 0, 1, 1, \dots, 1, 88\}.$$

В силу леммы сумма квадратов стала больше, а медиана и среднее прежние. Значит, в искомом наборе $y_{19} = \dots = y_{34} = 1$.

Таким образом, наибольшую сумму квадратов имеет набор, который состоит из 17 нулей, 17 единиц и числа 88. Сумма квадратов равна $88^2 + 17 \cdot 1 = 7761$.

7. 2024 - финальный этап - 3б

В учебном кейсе по финансовой безопасности рассматривается закрытая группа, где любые два члена либо знакомы, либо имеют общего знакомого в группе.

Чтобы снизить шанс утечек, каждый участник знаком не более чем с одиннадцатью другими участниками. Какое наибольшее число людей может быть в группе при таких ограничениях?

Ответ: 122

Решение: Построим граф знакомств между n членами ОПГ: две вершины связаны ребром тогда и только тогда, когда соответствующие лица знакомы.

Предположим, что степень каждой вершины не превосходит 11. Тогда сумма всех степеней не превосходит $11n$, а общее число ребер не больше, чем $\frac{11n}{2}$.

Рассмотрим все 2-цепи (цепи длины 2) в этом графе. Каждая вершина является промежуточной не более чем в $C_{11}^2 = 55$ таких цепях. Таким образом, всего в графе 2-цепей не более чем $55n$.

Любые две вершины связаны ребром или 2-цепью. Поэтому имеющиеся ребра и 2-цепи связывают не более чем $\frac{11n}{2} + 55n = \frac{121n}{2}$ пар вершин. Общее же число пар вершин равно $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. Должно выполняться неравенство

$$\frac{n(n-1)}{2} \leq \frac{121n}{2}$$

откуда $n \leq 122$.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

8. 2024 - финальный этап - 2

Обозначим $f^{(n)}(x)$ результат n -кратного применения функции f к аргументу x . То есть

$$f^{(1)}(x) = f(x), f^{(2)}(x) = f(f(x)), f^{(3)}(x) = f(f(f(x))) \text{ и т.д.}$$

Найдите значение выражения $f^{(2025)}(2024) = f(x)$, если $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

Ответ: 2024

Решение: При всех $x \neq 0$, $x \neq 1$ получаем:

$$f^{(2)}(x) = 1 - \frac{1}{1 - 1/x} = 1 - \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{1 - x}, f^{(3)}(x) = f^{(2)}(f(x)) = \frac{1}{1 - (1 - 1/x)} = x.$$

Значит, $f^{(n)}(x) = x$, если n делится на 3. Число 2025 делится на 3, а значит

$$f^{2025}(2024) = 2024.$$

9. 2025 - финальный этап - 3в

До появления мессенджеров руководитель крупной законспирированной преступной сети, в которой помимо него было ещё 2025 участников, искал способ как можно быстрее передавать указания всей группе по телефону.

Известно, что в течение одной минуты каждый участник может позвонить только одному человеку. Руководитель хочет выбрать самую быструю систему оповещения, но при этом сделать как можно меньше звонков лично.

Какое наименьшее число звонков придётся сделать руководителю при самой быстрой системе?

Ответ: 7

Решение: Пронумеруем всех участников ОПГ следующим образом: присвоим шефу номер 0, кому-то из бандитов дадим номер 1, двоим дадим номер 2, четверым — номер 3 и так далее. 512 каких-то бандитов получают номер 10, так как $\frac{2^{10}}{2} = 2^9 = 512$. Останется $2025 - (2^{10} - 1) = 1024$ преступников, которые получают номер 11.

Схема выглядит следующим образом:

- в первую минуту шеф звонит преступнику с номером 1;
- во вторую минуту шеф и бандит с номером 1 звонят преступникам, имеющим номер 2;
- в третью минуту все четверо звонят тем, у кого номер 3, и так далее;
- к началу последней, 11 минуты распоряжение шефа знают уже 1024 человека, включая его самого. Из них 22 человек не звонят никому, а остальные звонят оставшимся 1002 бандитам, у которых номер 11.

Рассмотрим все системы оповещения, в которых распоряжение шефа становится известно за 11 минут. Сделав первый звонок одному из своих приближённых, шеф запускает систему, в которой остаётся 10 минут. За это время, если шеф больше не звонит, информация становится известна не более чем 1024 бандитам (не считая шефа). Значит, шефу придётся сделать второй звонок. После него останется 10 минут, и второй приближённый оповестит не более 512 членов ОПГ, включая себя. Третий звонок даст ещё не более 256 оповещённых бандитов, а звонок с номером k даёт не более чем 2^{11-k} новых оповещений.

$1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 = 2016 < 2025$, поэтому шести звонков недостаточно. Если добавить ещё 16, то сумма уже будет больше чем 2025. Значит, семи звонков хватит, если каждый приближённый шефа будет действовать согласно быстрейшему алгоритму, и при этом множества бандитов, оповещённых разными приближёнными, не будут попарно пересекаться.

Литература: В.М.Гуровиц, В.В.Ховрина. Графы. — М.: МЦНМО, 2022.

10. 2025 - финальный этап - 5

Крупная торговая сеть продовольственных магазинов за свой счёт проводит внутренний аудит (независимую проверку) своих поставщиков с их согласия. В ходе аудита возможны три проверки.

- 1) Проверка количества жалоб и рекламаций со стороны покупателей на 100 единиц проданного товара.
- 2) Выборочная проверка условий производства и качества продукции.
- 3) Сплошная проверка производства и качества продукции, которая обходится в четыре раза дороже выборочной.

Согласно регламенту, если жалоб на качество нет или очень мало, то проверка качества не производится. Если жалоб немного, то назначается выборочная проверка качества продукции. Если же число жалоб превышает некоторое пороговое значение, то это влечёт за собой сплошную проверку качества продукции и условий производства. Также выборочная проверка с вероятностью β может выявить достаточно большое количество нарушений, что требует последующей сплошной проверки, а с вероятностью $1 - \beta$ сплошная проверка качества не назначается. Главный экономист сети утверждает, что если упразднить выборочную проверку, заменив её сплошной, то средняя стоимость аудита не изменится, а время аудита сократится. Экономист прав. Найдите вероятность β .

Ответ: $\frac{3}{4}$ (0,75)

Решение: Обозначим проверку количества жалоб, выборочную и сплошную проверки качества продукции буквами F , S и T соответственно. Стоимость каждой проверки для простоты обозначим той же буквой. Пусть проверка жалоб влечёт за собой выборочную с вероятностью α , а сплошную — с вероятностью γ .

Найдём среднюю стоимость аудита: $F + \alpha(S + \beta T) + \gamma T$.

Найдём среднюю стоимость упрощённой схемы, где упразднена выборочная проверка: $F + (\alpha + \gamma)T$.

Эти величины по условию равны. Получаем, учитывая, что $T = 4S$:

$$\alpha S + \beta \alpha T = \alpha T \rightarrow S + \beta T = T \rightarrow S = (1 - \beta)T = \frac{1}{4}T \rightarrow \beta = \frac{3}{4}$$

Литература: И.Р.Высоцкий. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2023.

1. Выберите утверждения, которые верно описывают взаимосвязь между теневой экономикой, коррупцией и организованной преступностью.

Согласно исследованиям Всемирного банка, доля теневой экономики в развивающихся странах может достигать 40% ВВП. В странах, где теневая экономика развита, наблюдается также высокий уровень коррупции в органах государственной власти и присутствие организованных преступных группировок.

1. Теневая экономика является благоприятной средой для развития коррупции и организованной преступности
2. Коррупция чиновников позволяет организованным преступным группам легализовать доходы через теневую бизнес
3. Высокий уровень коррупции и организованной преступности способствует расширению теневой экономики
4. Теневая экономика и коррупция существуют только в странах с рыночной экономикой
5. Организованная преступность может беспрепятственно функционировать без теневой экономики и коррупции
6. Взаимосвязь между перечисленными в задании явлениями приводит к ослаблению институтов государства

Ответ: 1, 2, 3, 6

Пояснение: Теневая экономика связана с коррупцией и организованной преступностью, которые взаимно усиливают друг друга и ослабляют государство.

2. Выберите финансовые механизмы и инструменты, которые используются для отмыывания криминальных доходов на этапе «интеграции» (внедрение отмытых денег обратно в экономику).

1. Покупка недвижимости в престижных районах на подставных лиц
2. Открытие офшорных счётов в странах с низким уровнем финансового контроля
3. Создание фиктивных кредитов банком сообщникам для формального обоснования источников капитала
4. Инвестиции в казино и игорные заведения
5. Трансферное ценообразование при экспорте-импорте товаров между аффилированными компаниями
6. Закупка товаров через интернет-магазины на карту физического лица

Ответ: 1, 3, 5

Пояснение: На этапе интеграции отмытые деньги вкладываются в легальные активы: недвижимость, фиктивные кредиты и подставные финансовые операции

2 и 6 — характерны для первой фазы легализации доходов — вводу денег в банковскую систему

3. Выберите термины, которые в наибольшей степени соответствуют явлению, описанному в приведённой ситуации.

Группа мошенников создала поддельный сайт инвестиционной компании, который имитировал дизайн известного брокера. Через этот сайт они собирали деньги от инвесторов под обещание участия в торговле акциями. Реальная торговля не проводилась. Вместо этого деньги от новых «инвесторов» перечислялись на счета первых, создавая иллюзию прибыльности. Параллельно часть средств переводилась в офшорные зоны и циркулировала через криптовалютные кошельки. Операции маскировались под легальные финансовые услуги.

1. Классическая финансовая пирамида
2. Мошенничество с использованием электронных средств платежа
3. Киберпреступление
4. Легализация криминальных доходов
5. Несанкционированный доступ к информационным системам
6. Все вышеперечисленные явления одновременно

Ответ: 6

Пояснение: Ситуация сочетает пирамиду, мошенничество, киберпреступление и легализацию доходов.

4. Выберите номера изображений, иллюстрирующих кибермошенничество и взлом банковских систем.



Ответ: Б, В, Г

Пояснение: Изображения отражают взлом, фишинг и другие методы кибермошенничества.

А, Д, Е — не иллюстрируют незаконную деятельность

5. Какие меры государство применяет для противодействия организации финансовых пирамид в особо крупном размере с использованием интернета?

1. Уголовная ответственность за мошенничество, совершённое организованной группой или в особо крупном размере, с возможным лишением свободы до 10 лет и крупными штрафами.
2. Специальная уголовная ответственность за организацию деятельности по привлечению денежных средств в виде финансовых пирамид, с санкциями до 6 лет лишения свободы.
3. Административные штрафы за нарушение валютного законодательства при переводе средств за границу.
4. Ответственность за причинение имущественного ущерба путём обмана, которая применяется, когда отсутствуют признаки хищения.
5. Конфискация имущества, полученного преступным путём, включая деньги, ценности и активы, в которые они были преобразованы.
6. Дополнительное наказание в виде запрета занимать руководящие должности в финансовых организациях и осуществлять соответствующую деятельность.

Ответ: 1, 2, 5, 6

Пояснение: За организацию финансовых пирамид с использованием интернета государство наступает уголовная ответственность. Возраст ответственности наступает с 16 лет. Если результатом деятельности пирамиды стало преступление в особо крупном размере, то сроки заключения и штрафы увеличиваются. Также за данные преступления может быть установлено дополнительное наказание в виде запрета занимать руководящие должности в финансовых организациях, а также конфискация имущества: деньги, активы, ценности, напрямую полученные от преступления, а также любое имущество, в которое они были переведены или преобразованы (например, купленные на украденные деньги квартиры, машины, криптовалюта).

6. Выберите верные утверждения, раскрывающие взаимосвязь между уровнем финансовой грамотности населения и масштабами мошенничества в сфере электронных платежей.

1. Высокий уровень финансовой грамотности снижает эффективность фишинга и социальной инженерии
2. Люди с высокой финансовой грамотностью полностью защищены от всех видов мошенничества
3. Население с низкой финансовой грамотностью более подвержено влиянию обещаний высоких процентов
4. Развитие финансовой грамотности является одной из мер профилактики финансовых преступлений
5. Финансовая грамотность не влияет на способность человека распознавать мошенничество в реальных условиях
6. Знание о признаках пирамид помогает потенциальным жертвам избежать участия в них

Ответ: 1, 3, 4, 6

Пояснение: Финансовая грамотность помогает распознавать мошенничество, но не гарантирует полной защиты. Статья 187 УК РФ устанавливает суровую ответственность за преступления в сфере

платежей. За подделку, хранение или сбыт фальшивых банковских карт, реквизитов, а также создание или использование "скиммеров" и вредоносных программ для кражи денег можно получить до 6 лет лишения свободы плюс штраф от 100 до 300 тысяч рублей. Если это делала организованная группа, срок лишения свободы возрастает до 7 лет, а штраф — до 1 миллиона рублей.

7. Выберите термин, который в наибольшей степени соответствует явлению, проиллюстрированному приведённым ниже изображением.



1. официальная занятость
2. тневая экономика
3. финансовая пирамида
4. банковское кредитование
5. государственная поддержка населения
6. легальный венчурный бизнес

Ответ: 2

Пояснение: Изображение иллюстрирует неформальную, скрытую экономическую деятельность — тневую экономику.

8. Выберите верные утверждения о влиянии расширения тневой экономики на макроэкономические показатели и социально-демографические процессы.

1. Тневая экономика снижает общее количество налоговых поступлений и ослабляет финансовую базу государства для реализации социальных программ
2. Расширение тневой экономики приводит к увеличению социального неравенства, так как доходы от тневой деятельности сосредоточиваются в руках небольшой группы лиц
3. Тневая экономика стимулирует рост официального ВВП за счёт неучтённых производств и услуг
4. Сокращение налоговых поступлений ведёт к недофинансированию систем здравоохранения, образования и социальной поддержки
5. Тневая экономика способна полностью ликвидировать уровень безработицы в государстве

- Искажение статистических показателей занятости и производства затрудняет адекватное планирование государственной политики

Ответ: 1, 2, 4, 6

Пояснение: Теневая экономика снижает налоги, увеличивает неравенство, ухудшает финансирование соцпрограмм и искажает статистику.

3, 5 — характерные последствия развития легальной экономики

9. Выберите правовые механизмы и инструменты, применяемые государствами для борьбы с отмыванием денег и финансированием терроризма на национальном и международном уровнях.

- Введение обязательного контроля за сделками, превышающими установленную сумму (например, 600 тысяч рублей)
- Создание службы финансовой разведки для выявления подозрительных операций
- Участие в международной системе FATF (Financial Action Task Force) для согласования стандартов борьбы с отмыванием денег
- Конфискация всей собственности подозреваемых без судебного разбирательства
- Идентификация клиентов финансовых организаций (KYC — Know Your Customer)
- Введение абсолютного запрета на использование наличных денежных средств

Ответ: 1, 2, 3, 5

Пояснение: Механизмы включают контроль сделок, финансовую разведку, международное сотрудничество и идентификацию клиентов.

10. Выберите из предложенных мер только те, которые обеспечивают комплексную защиту от финансовых преступлений и киберугроз для физических лиц и малого бизнеса.

- Использование многоуровневой аутентификации (пароль + SMS-код + биометрия) для доступа к финансовым счетам и платежным системам.
- Регулярное обновление программного обеспечения, операционной системы и установка лицензированного антивирусного программного обеспечения.
- Мониторинг выписок по счетам в режиме реального времени с настройкой уведомлений о любых операциях.
- Использование публичных Wi-Fi сетей для проведения финансовых операций.
- Изучение признаков мошеннических схем (пирамиды, фишинг, социальная инженерия) и критическое отношение к неожиданным финансовым предложениям.
- Использование двойного учёта финансовых операций малым бизнесом.

Ответ: 1, 2, 3, 5

Пояснение: Комплексная защита включает многофакторную аутентификацию, обновление ПО, мониторинг счетов и изучение признаков мошенничества.

4, 6 — не являются мерами комплексной защиты